

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Волков В.В.

Должность: Ректор

Дата подписания: 05.08.2025 19:12:25


Уникальный программный ключ:

ed68fd4b85b778e0f0b1bfea5dbc56cf4148f1229917e799a70e515174f38391

**Автономная некоммерческая образовательная организация высшего образования  
«Европейский университет в Санкт-Петербурге»**

**Факультет экономики**

УТВЕРЖДАЮ:

Ректор  В.В. Волков

«29» марта 2025 г.

Протокол Ученого Совета  
№ 2 от 29 марта 2025 г.



### **Рабочая программа дисциплины**

Математика в экономике

### **Программа подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре**

Научная специальность 5.2.2. Математические, статистические и инструментальные  
методы в экономике

язык обучения – русский  
форма обучения – очная

**Санкт-Петербург**

**Автор:**

Фридман Г.М., доктор технических наук, профессор, профессор факультета экономики АНООВО «ЕУСПб»

**Рецензент:**

Борисов К.Ю., доктор экономических наук, профессор факультета экономики АНООВО «ЕУСПб»

Рабочая программа дисциплины «Математика в экономике», входящая в состав программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре научная специальность 5.2.2. Математические, статистические и инструментальные методы в экономике, утверждена на заседании Совета факультета экономики.

Протокол заседания № 9 от 27 февраля 2023 г.

## **АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **«Математика в экономике»**

#### **(4.1.1)**

Дисциплина **«Математика в экономике»** является дисциплиной, устанавливаемой организацией, образовательного компонента программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре по научной специальности 5.2.2. Математические, статистические и инструментальные методы в экономике.

Дисциплина рассчитана на углубленное изучение математических методов, применяемых в современных экономических исследованиях. Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с решением задач одномерной и многомерной оптимизации (без ограничений и с ограничениями), теорией множителей Лагранжа, выпуклым анализом, линейным программированием, динамической оптимизацией.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости, промежуточный контроль в форме зачет с оценкой (в конце первого курса).

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 2 зачетных единицы, 72 часа.

## СОДЕРЖАНИЕ

|  |    |
|--|----|
| 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ .....   | 5  |
| 2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....   | 5  |
| 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ПРОГРАММЫ АСПИРАНТУРЫ .....  | 6  |
| 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ .....  | 6  |
| 5. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ .....   | 6  |
| 5.1. Содержание дисциплины .....   | 6  |
| 5.2. Структура дисциплины .....  | 7  |
| 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ<br>ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....   | 8  |
| 6.1. Общие положения .....   | 8  |
| 6.2. Рекомендации по распределению учебного времени по видам самостоятельной работы и<br>разделам дисциплины .....   | 8  |
| 6.3. Перечень основных вопросов по изучаемым темам для самостоятельной работы обучающихся<br>.....   | 9  |
| 6.4. Литература для самостоятельной подготовки и для подготовки к практическим занятиям .....  | 11 |
| 6.5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся .....  | 12 |
| 7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ<br>АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....   | 12 |
| 7.1. Показатели, критерии и оценивание в процессе текущей аттестации .....   | 12 |
| 7.2. Контрольные задания для текущей аттестации .....  | 13 |
| 7.3. Показатели, критерии и оценивание в процессе промежуточной аттестации .....   | 14 |
| 7.4. Типовые задания к промежуточной аттестации .....  | 15 |
| 8. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА .....  | 16 |
| 8.1. Основная литература: .....  | 16 |
| 8.2. Дополнительная литература: .....  | 17 |
| 9. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ<br>ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА .....  | 17 |
| 9.1. Программное обеспечение .....   | 17 |
| 9.2. Перечень информационно-справочных систем и профессиональных баз данных<br>информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения<br>дисциплины: ..... | 17 |
| 9.3. Лицензионные электронные ресурсы библиотеки Университета .....  | 18 |
| 9.4. Электронная информационно-образовательная среда Университета .....  | 18 |
| 10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ<br>ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА .....   | 19 |
| Приложение 1 .....   | 20 |

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель** изучения дисциплины «Математика в экономике» – формирование у аспирантов представлений о существующих современных аналитических методах, используемых в экономике, а также навыков применения этих методов к различным задачам из области экономической теории.

**Задачи** дисциплины:

- развитие навыков применения современного математического инструментария при решении задач из области экономической теории;
- формирование у обучающихся умения формулировать экономические проблемы в виде задач на максимум и минимум;
- овладение методикой анализа динамических моделей как в непрерывном, так и дискретном времени, в том числе с использованием современного программного обеспечения;
- выработка у обучающихся навыков по содержательному интерпретированию формальных результатов.

## 2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

В результате освоения дисциплины обучающийся программы аспирантуры научная специальность 5.2.2. Математические, статистические и инструментальные методы в экономике должен:

**ЗНАТЬ:**

- основные определения и теоремы линейного и нелинейного программирования;
- основные определения и теоремы выпуклого анализа;
- основные определения и теоремы теории игр;
- основные определения и теоремы многокритериальной оптимизации;
- основные модели и технологии обучения математическим методам в экономике в высшей школе.

**УМЕТЬ:**

- решать задачи распределения ресурсов;
- проверять функции на выпуклость и вогнутость;
- применять критерии оптимальности для отыскания точек, подозрительных на экстремум;
- интерпретировать необходимые условия оптимальности в разнообразных задачах экономической теории и теории финансов;
- исследовать устойчивость равновесий в экономических моделях с непрерывным и дискретным временем;
- использовать современное программное обеспечение для решения задач экономической динамики.

**ВЛАДЕТЬ:**

- методами анализа чувствительности в экстремальных задачах;
- способами графического представления экстремальных задач;
- техникой применения условий оптимальности;
- современной методикой анализа устойчивости равновесий в моделях экономической динамики, как в непрерывном, так и дискретном времени с применением алгебраических критериев устойчивости.

### 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ПРОГРАММЫ АСПИРАНТУРЫ

Курс «Математика в экономике» является дисциплиной, устанавливаемой организацией, образовательного компонента программы и читается на первом курсе. Форма промежуточной аттестации – зачет с оценкой. Код дисциплины по учебному плану 4.1.1.

Для полноценного освоения дисциплины аспиранты должны иметь базовые знания и навыки в области линейной алгебры и математического анализа.

Логически и содержательно дисциплина «Математика в экономике» связана с дисциплиной «Экономическая теория».

### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1

| Объем дисциплины  |       |                        |                 |   |   |
|---|-------|------------------------|-----------------|---|---|
| Вид учебных занятий<br>и самостоятельная работа                 |       | Объем дисциплины, час. |                 |   |   |
|   |       | Всего                  | Курс            |   |   |
|   |       |                        | 1               | 2 | 3 |
| Очная форма обучения  |       |                        |                 |   |   |
| Контактная работа обучающихся с преподавателем,<br>в том числе: |       | 56                     | 56              | - | - |
| Лекции (Л)  |       | 21                     | 21              | - | - |
| Семинарские занятия (СЗ)  |       | 35                     | 35              | - | - |
| Самостоятельная работа обучающихся (СР)                         |       | 16                     | 16              | - | - |
| Промежуточная аттестация  | форма | Зачет с оценкой        | Зачет с оценкой | - | - |
|   | часы  | -                      | -               | - | - |
| Общая трудоемкость (час. / з.е.)                                |       | 72/2                   | 72/2            | - | - |

### 5. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Содержание дисциплины соотносится с планируемыми результатами обучения по дисциплине через задачи, формируемые знания, умения, владение.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 часа.

#### 5.1. Содержание дисциплины

Таблица 2

| №<br>п/п | Наименование тем<br>(разделов)                                     | Содержание тем (разделов)  |
|----------|--|--|
| 1<br>2   | Тема 1. Задачи нелинейного и выпуклого программирования.           | Выпуклые множества. Эффективность и Парето-оптимальность. Выпуклые и вогнутые функции. Выпуклость дифференцируемых функций. Неравенство Йенсена. Проверки выпуклости. Квазивыпуклые и квазивогнутые функции.<br>Задача математического программирования в стандартной форме. Глобальный и локальный оптимум.<br>Задача в стандартной форме и ее Лагранжиан. Двойственная задача. Примеры двойственных задач. Условие Слейтера. Геометрическая интерпретация. Условие дополняющей нежёсткости. Теорема Куна-Таккера для выпуклого программирования. Условия Каруша-Куна-Таккера (необходимость и достаточность).<br>Возмущение ограничений и анализ чувствительности. Теорема об огибающей: постановка, интерпретация, доказательство, примеры применения, обобщения. |
| 2        | Тема 2. Неподвижные точки и теоремы существования в математической | Сжимающие отображения и теорема Банаха. Теорема Брауэра. Многозначные отображения. Непрерывная теорема максимума. Теорема Каккутани. Теорема Тарского. Существование равновесия в модели Эрроу-Дебре. Существование равновесия в обобщенных играх. Существование равновесия в супермодулярных играх.   |

| № п/п | Наименование тем (разделов)   | Содержание тем (разделов)  |
|-------|---|--|
|       | экономике и теории игр.   |  |
| 3     | Тема 3. Динамическая оптимизация.   | Формулировки задач динамической оптимизации в дискретном и непрерывном времени. Примеры задач динамической оптимизации в дискретном и непрерывном времени из экономической теории. Принцип оптимальности Беллмана на конечном горизонте планирования. Функция Беллмана. Принцип оптимальности Беллмана на бесконечном горизонте планирования. Анализ модели Рамсея в дискретном времени с помощью динамического программирования. Принцип максимума в дискретном времени. Принцип максимума в непрерывном времени. Условия трансверсальности. Анализ модели Рамсея в непрерывном времени с помощью принципа максимума. |
| 4     | Тема 4. Использование системы Wolfram Mathematica.                                  | Основные возможности системы Wolfram Mathematica. Основы программирования на языке Wolfram Language. Основные средства визуализации данных. Решение уравнений, систем уравнений и неравенств. Исследование функций. Решение оптимизационных задач. Решение задач линейного программирования. Решение задач целочисленного программирования.  |
| 5     | Тема 5. Особенности преподавания математических методов в экономике в высшей школе. | Модели и технологии обучения математическим методам в высшей школе: структура лекционного занятия и оценка его качества, семинарские и практические занятия, контрольно-оценочные методы.  |

## 5.2. Структура дисциплины

Таблица 3

| № п/п                    | Наименование тем (разделов)  | Объем дисциплины (модуля), час. |   |    |    | Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации |
|--------------------------|--|---------------------------------|---|----|----|--|
|                          |  | Всего                           | Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий | СР |    |  |
|                          |  |                                 |   |    |    |  |
| Очная форма обучения     |  |                                 |   |    |    |  |
| Тема 1                   | Задачи нелинейного и выпуклого программирования.                                   | 6                               | 3   | 1  | 2  | ДЗ   |
| Тема 2                   | Неподвижные точки и теоремы существования в математической экономике и теории игр. | 18                              | 7   | 7  | 4  | ДЗ   |
| Тема 3                   | Динамическая оптимизация.  | 20                              | 5   | 11 | 4  | ДЗ   |
| Тема 4                   | Использование системы Wolfram Mathematica.   | 26                              | 5   | 16 | 5  | ДЗ   |
| Тема 5                   | Особенности преподавания математических методов в экономике в высшей школе         | 2                               | 1   | 0  | 1  | О  |
| Промежуточная аттестация |  | -                               | -   | -  | -  | Зачет с оценкой  |
| Всего:                   |  | 72/2                            | 21  | 35 | 16 | -  |

\* Примечание: формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), домашнее задание (ДЗ).

## **6.УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

### **6.1. Общие положения**

На лекциях материал излагается в проблемной форме. Основной упор в преподавании делается на изучение теоретических понятий и возможности их применения на конкретных примерах. На занятиях также важна ведущая активность преподавателя, подведение аспиранта к возможности занять рефлексивную позицию.

Самостоятельная работа аспирантов по курсу «**Математика в экономике**» предполагает значительный объём чтения основной и дополнительной литературы, ее понимание и анализ. При чтении необходимо выделять значимые для конкретных авторов понятия, их содержание и связи между ними, а также соотносить их с системами понятий в других теориях.

Для успешной сдачи зачета необходимо владеть содержанием курса на уровне, позволяющем вести научную дискуссию по данной теме.

### **6.2. Рекомендации по распределению учебного времени по видам самостоятельной работы и разделам дисциплины**

#### **Тема 1. Задачи нелинейного и выпуклого программирования.**

1.1. Повторение пройденного на лекциях и семинарских занятиях материала – 0,5 часа.

1.2. Самостоятельная работа с рекомендованной литературой, поиск ответов на возникшие в ходе подготовки вопросы – 0,5 часа.

1.3. Выполнение домашнего задания – 1 час.

Итого: 2 часа.

#### **Тема 2. Неподвижные точки и теоремы существования в математической экономике и теории игр.**

2.1 Повторение пройденного на лекциях и семинарских занятиях материала – 1 час.

2.2 Самостоятельная работа с рекомендованной литературой, поиск ответов на возникшие в ходе подготовки вопросы – 2 часа.

2.3 Выполнение домашнего задания – 1 час.

Итого: 4 часа.

#### **Тема 3. Динамическая оптимизация.**

3.1. Повторение пройденного на лекциях и семинарских занятиях материала – 1 час.

3.2. Самостоятельная работа с рекомендованной литературой, поиск ответов на возникшие в ходе подготовки вопросы – 2 часа.

3.3. Выполнение домашнего задания – 1 час.

Итого: 4 часа.

#### **Тема 4. Использование системы Wolfram Mathematica.**

4.1 Повторение пройденного на лекциях и семинарских занятиях материала – 1 час.

4.2 Самостоятельная работа с рекомендованной литературой, поиск ответов на возникшие в ходе подготовки вопросы – 2 часа.

4.3 Выполнение домашнего задания – 2 часа.

Итого: 5 часов.



**Тема 5. Особенности преподавания математических методов в экономике в высшей школе.**

5.1 Повторение пройденного на лекциях и семинарских занятиях материала и подготовка к опросу на занятии – 0,5 часа.

5.2 Самостоятельная работа с рекомендованной литературой, поиск ответов на возникшие в ходе подготовки вопросы – 0,5 часа.

Итого: 1 час.

**6.3. Перечень основных вопросов по изучаемым темам для самостоятельной работы обучающихся**

**Тема 1. Задачи нелинейного и выпуклого программирования.**

- Дайте определение аффинного, выпуклого множества. Приведите примеры.
- Перечислите операции над множествами, которые сохраняют свойство выпуклости.
- Сформулируйте теорему Хана-Баннаха.
- Приведите определение выпуклой функции, приведите эквивалентные условия, перечислите основные примеры для функций одной и нескольких переменных.
- Сформулируйте условия первого и второго порядка.
- Перечислите основные операции, сохраняющие свойство выпуклости функций
- Дайте определение преобразования Лежандра, приведите интерпретацию.
- Дайте определения квазивыпуклой функции.
- Замкнутые или открытые полупространства, гиперплоскости как выпуклые множества.
- Основные варианты теоремы отделимости.
- Выпуклые и вогнутые элементарные функции.
- Вогнутость производственных функций Кобба–Дугласа.
- Отыскание всех оптимальных по Парето точек для вогнутых функций, заданных на отрезке.
- Решение задачи на условный максимум и оптимум по Парето.
- Задачи о максимизации прибыли, максимизация полезности, минимизация издержек как оптимизационные задачи.
- Условия оптимальности первого и второго порядка для одномерных оптимизационных задач.
- Необходимые и достаточные условия выпуклости и вогнутости функций одной переменной.
- Необходимые и достаточные условия минимума для выпуклых функций одной переменной.
- Задачи о минимизации суммарных издержек на нескольких предприятиях при заданном выпуске и о максимизации выпуска при заданном количестве ресурса.
- Условия оптимальности в задаче о максимизации выпуска при заданном количестве ресурса.
- Необходимые и достаточные условия оптимальности в задаче оптимального распределения ресурса.
- Оптимальное и равновесное распределение ресурса.
- Задача оптимального распределения нескольких видов ресурсов.
- Основные задачи линейного программирования в экономике.

- Задача распределения нескольких видов ресурсов и задача линейного программирования.
- Двойственные задачи линейного программирования.
- Экономическая интерпретация теорем двойственности.
- Роль условий регулярности.
- Множители Лагранжа в задачах с равенствами.
- Множители Лагранжа в задачах с неравенствами.
- Основные формулировки условий дополняющей нежесткости.
- Суть условия Слейтера.
- Экономическая интерпретация теоремы Куна–Таккера применительно к многомерной задаче распределения ресурсов.
- Теорема Куна–Таккера для задачи дифференцируемого выпуклого программирования.
- Приведите глобальные оценки для целевой функции при возмущении ограничений.
- Приведите локальные оценки, в чем смысл множителей Лагранжа.
- Сформулируйте теорему об огибающей.

## **Тема 2. Неподвижные точки и теоремы существования в математической экономике и теории игр.**

- Сжимающие отображения и теорема Банаха.
- Теорема Брауэра.
- Многозначные отображения.
- Непрерывная теорема максимума
- Теорема Каккутани.
- Теорема Тарского.
- Существование равновесия в модели Эрроу-Дебре.
- Существование равновесия в обобщенных играх.
- Существование равновесия в супермодулярных играх

## **Тема 3. Динамическая оптимизация.**

- Формулировки задач динамической оптимизации в дискретном и непрерывном времени.
- Примеры задач динамической оптимизации в дискретном и непрерывном времени из экономической теории.
- Принцип оптимальности Беллмана на конечном горизонте планирования.
- Функция Беллмана.
- Принцип оптимальности Беллмана на бесконечном горизонте планирования.
- Анализ модели Рамсея в дискретном времени с помощью динамического программирования.
- Принцип максимума в дискретном времени.
- Принцип максимума в непрерывном времени.
- Условия трансверсальности.
- Анализ модели Рамсея в непрерывном времени с помощью принципа максимума.

## **Тема 5. Использование системы Wolfram Mathematica.**

- Особенности интерфейса системы Wolfram Mathematica.

- Основные операторы языка программирования Wolfram.
- Визуализация данных в системе Wolfram Mathematica.
- Исследование функций в системе Wolfram Mathematica.
- Решение уравнений, систем уравнений и неравенств в системе Wolfram Mathematica.
- Решение оптимизационных задач в системе Wolfram Mathematica.
- Решение задач линейного и целочисленного программирования в системе Wolfram Mathematica.

#### **Тема 5. Особенности преподавания математических методов в экономике в высшей школе.**

- Методологические проблемы преподавания математических методов для экономических дисциплин.
- Формы организации учебной работы в ВУЗе (лекции, семинары, практические занятия, коллоквиумы).
- Значение контроля в высшей школе и функции.
- Зачеты и экзамены, требования к ним.

#### **6.4. Литература для самостоятельной подготовки и для подготовки к практическим занятиям**

1. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование: Учебное пособие / И.В. Орлова, В.А. Половников. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2014. - 389 с.: 60х90 1/16. (п) ISBN 978-5-9558-0208-4 [Электронный ресурс]. URL: <http://znanium.com/catalog/product/424033>
2. Колемаев, В. А. Математические методы и модели исследования операций [Электронный ресурс] : учебник для студентов вузов, обучающихся по специальности 080116 «Математические методы в экономике» и другим экономическим специальностям / В. А. Колемаев; под ред. В. А. Колемаева. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2012. - 592 с. - ISBN 978-5-238-01325-1. [Электронный ресурс]. URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=391871>
3. Полякова, Е. В. Математика для экономистов: динамика [Text]: учеб. пособ. Для вузов / Е. В. Полякова ; Европейский университет в Санкт-Петербурге. - СПб. : Изд-во ЕУСПб, 2013. - 111 с.
4. Мастяева И. Н. Методы оптимальных решений [Электронный ресурс]: учебник / И. Н. Мастяева, Г. И. Горемыкина, О. Н. Семенихина. - М.: КУРС, ИНФРА-М, 2018. - 384 с. - URL: <http://znanium.com/catalog/product/944821>
5. Соколов, А.В. Методы оптимальных решений : учебное пособие : в 2 т / А.В. Соколов, В.В. Токарев. - 3-е изд., испр. и доп. - М. : Физматлит, 2012. - Т. 1. Общие положения. Математическое программирование. - 562 с. : схем., табл. - (Анализ и поддержка решений). - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9221-1399-1 ; [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457697>.
6. Дифференциальные уравнения: устойчивость и оптимальная стабилизация [Text]: учеб. пособ. для вузов / Б. Г. Гребенщиков [и др.] ; отв. ред. А. Н. Сесекин ; науч. ред. А. Ф. Шорилов ; Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина. - М. : Юрайт ; Екатеринбург : Изд-во Уральского университета, 2018. - 119 с. - (Университеты России). - Библиогр. : с. 117 - 119.

## 6.5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся

Для обеспечения самостоятельной работы аспирантов по дисциплине «Математика в экономике» разработано учебно-методическое обеспечение в составе:

1. Контрольные задания для текущей аттестации (п. 7.2. Рабочей программы).
2. Типовые задания к промежуточной аттестации (п. 7.4. Рабочей программы).
3. Рекомендуемые основная и дополнительная литература, Интернет-ресурсы и справочные системы (п.8 Рабочей программы).

Рабочая программа дисциплины размещена в электронной информационно-образовательной среде Университета на электронном учебно-методическом ресурсе АНООВО «ЕУСПб» — образовательном портале LMS Sakai — Sakai@EU.

## 7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### 7.1. Показатели, критерии и оценивание в процессе текущей аттестации

Информация о содержании и процедуре текущего контроля успеваемости, методике оценивания знаний, умений и навыков обучающегося в ходе текущего контроля доводятся научно-педагогическими работниками Университета до сведения обучающегося на первом занятии по данной дисциплине.

Текущий контроль предусматривает подготовку аспирантов к каждому занятию, выполнение домашних заданий, ответы на вопросы в рамках опроса, активное слушание на лекциях. Аспирант должен присутствовать на занятиях, участвовать в обсуждении разбираемых заданий.

Текущий контроль проводится в форме домашних заданий, устного опроса, позволяющих оценить степень усвоения материала в ходе изучения дисциплины.

Таблица 4

#### Показатели, критерии и оценивание в процессе текущей аттестации

| Наименование тем (разделов)  | Формы текущего контроля* | Результаты текущего контроля |
|--|--------------------------|------------------------------|
| Тема 1. Задачи нелинейного и выпуклого программирования.                                   | Домашнее задание         | зачтено/<br>не зачтено       |
| Тема 2. Неподвижные точки и теоремы существования в математической экономике и теории игр. | Домашнее задание         | зачтено/<br>не зачтено       |
| Тема 3. Динамическая оптимизация.  | Домашнее задание         | зачтено/<br>не зачтено       |
| Тема 4. Использование системы Wolfram Mathematica.   | Домашнее задание         | зачтено/<br>не зачтено       |
| Тема 5. Особенности преподавания математических методов в экономике в высшей школе         | Опрос                    | зачтено/<br>не зачтено       |

\* Примечание: формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), домашнее задание (ДЗ).

Таблица 5

| Формы текущего контроля успеваемости | Критерии оценивания   |
|--------------------------------------|---|
| Опрос                                | Ответ отсутствует или является односложным, или содержит существенные ошибки – не зачтено |

|                  |   |
|------------------|---|
|                  | Аспирант в ответах демонстрирует знание всех теоретических положений, (развернуто) отвечает на все поставленные вопросы, предлагает обоснования при ответе на все или большинство поставленных вопросов; несущественные ошибки не снижают качество ответа — зачтено   |
| Домашнее задание | Аспирант не знает основных положений теории, испытывает затруднения при решении задач – 0–4 балла (не зачтено);<br>Аспирант демонстрирует знание основных теоретических положений, предлагает правильную идеологию решения задач – 5–6 баллов (зачтено);<br>Аспирант демонстрирует знание всех теоретических положений, выполняет задания и отвечает на все вопросы, но допускает несущественные ошибки – 7–8 баллов (зачтено);<br>Аспирант демонстрирует знание всех теоретических положений, правильно выполняет задания и отвечает на все вопросы – 9–10 баллов (зачтено). |

### КАРТА БАЛЛОВ ДИСЦИПЛИНЫ

| Форма контроля         | Баллы |
|------------------------|-------|
| Текущий контроль       | 50    |
| Промежуточный контроль | 50    |

## 7.2. Контрольные задания для текущей аттестации

### Примеры домашних заданий

#### Тема 1. Задачи нелинейного и выпуклого программирования.

##### Домашнее задание

1. Докажите достаточность в условия теоремы Куна-Такера.
2. Докажите, что вектор двойственных оценок в задаче с двойным ограничением – тот же самый, что и в оптимизационной задаче.
3. Проверьте, что в двухступенчатой оптимизационной задаче на ограничение ресурсов итоговая целевая функция также вогнута.
4. Проверьте, что если вектор  $P$  является вектором двойственных оценок задачи с блочной структурой, то этот же вектор является вектором двойственных оценок обратной задачи.

#### Тема 2. Неподвижные точки и теоремы существования в математической экономике и теории игр.

##### Домашнее задание

1. Докажите, что непрерывное отображение отрезка в себя имеет хотя бы одну неподвижную точку.
2. Пусть отображение  $f$  задается на множестве  $(0,1)$  равенством  $f(x) = \frac{x+1}{2}$ . Существует ли у этого отображения неподвижная точка? Как ваш ответ объяснить в свете теоремы Брауэра?

#### Тема 3. Динамическая оптимизация.

##### Домашнее задание

1. Имеется оптимизационная задача. Есть три фирмы, каждая из которых обладает запасом ресурсов. Каждая фирма производит конечный выпуск, а также направляет часть своего выпуска двум другим фирмам. Необходимо доказать, что в подобной оптимизационной задаче оптимальное решение является равновесным.

2. Имеется оптимизационная задача:  $f(x) \rightarrow \max$ , при ограничениях:  $x \leq b$ , где  $b \gg 0$ .

Обозначим за  $\Phi(b) = \max \{f(x)\}$ . Доказать необходимость того, чтобы  $\Phi(b)$  была вогнутой.

3. Изобразите решение оптимальной задачи в динамическом времени в виде оптимизации на графе.

#### Тема 4. Использование системы Wolfram Mathematica.

##### Домашнее задание

1. Рассмотрим натуральное число  $n$ . Если оно чётное, то превращаем его в  $n/2$ , а если нечётное, то в  $3n+1$ . С полученным числом выполняем те же самые действия, и так далее. Гипотеза Коллатца заключается в том, что для любого  $n$  на некотором шаге получим 1, см. <http://mathworld.wolfram.com/CollatzProblem.html>. Найдите среди первых 105 натуральных чисел то, для превращения которого в 1 требуется наибольшее число шагов.

2. Дан список, состоящий из  $-1, 0, 1$ . Необходимо подсчитать количество элементов, равных  $-1$  в списке, и столько же первых единиц заменить на нули. Например, в списке есть 9 минус единиц и 10 единиц. Тогда все единицы, кроме последней, следует заменить на 0.

3. Пусть  $m$  – натуральное число. Определим функцию  $\delta(m)$  как сумму всех натуральных делителей числа  $m$ , кроме самого  $m$ . Будем называть два различных натуральных числа  $a$  и  $b$  "дружественными", если  $\delta(a)=b$  и  $\delta(b)=a$ . Найти все пары «дружественных» чисел, меньших 105.

#### Примеры вопросов для опросов

#### Тема 5. Особенности преподавания математических методов в экономике в высшей школе

1. Предмет педагогики высшей школы.
2. Место педагогических знаний в деятельности преподавателя вуза.
3. Основные категории педагогики.
4. Цели педагогического процесса в вузе.

#### 7.3. Показатели, критерии и оценивание в процессе промежуточной аттестации

Форма промежуточной аттестации представляет собой зачет с оценкой, который проходит в письменной форме.

Перед зачетом с оценкой проводится консультация, на которой преподаватель отвечает на вопросы аспирантов.

В результате промежуточного контроля знаний аспиранты получают аттестацию по дисциплине.

Таблица 6

#### Показатели, критерии и оценивание в процессе промежуточной аттестации

| Форма промежуточной аттестации/вид промежуточной аттестации                          | Критерии оценивания  | Оценка                   |
|--|--|--------------------------|
| зачет с оценкой/<br>письменный зачет с оценкой по единому для всех аспирантов билету | Представлено полное и правильное решение, возможны несущественные погрешности. | Зачтено, отлично (41-50) |

| Форма промежуточной аттестации/вид промежуточной аттестации | Критерии оценивания   | Оценка  |
|---|---|---|
|   | Представлено правильное, но неполное решение, возможны несущественные погрешности.  | Зачтено, хорошо (31-40)                           |
|   | Выявлено неполное знание или частично неправильная трактовка основополагающих положений и предпосылок, присутствуют грубые ошибки.  | Зачтено, удовлетворительно (21-30)                |
|   | Решалась задача, отличная от предложенной, или решение отсутствует – 0.<br><br>Выявлено незнание или неправильная трактовка основополагающих положений и предпосылок, присутствуют грубые ошибки. | Не зачтено, неудовлетворительно (0)<br><br>(1-20) |

Результаты сдачи промежуточной аттестации по программам аспирантуры на факультете экономики оцениваются по балльно-рейтинговой системе оценки в соответствии с Положением о формах, периодичности и порядке организации и проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в АНООВО «ЕУСПб» следующим образом, согласно таблице ба.

Максимальная оценка по итогам освоения дисциплины составляет 100 баллов (50% оценки составляют результаты выполнения домашних заданий, 50% – результаты письменной зачетной работы).

Таблица ба

#### Система оценки знаний обучающихся

| Пятибалльная (стандартная) система | Балльно-рейтинговая система оценки | Бинарная система оценки |
|------------------------------------|------------------------------------|-------------------------|
| 5 (отлично)                        | 100-81                             | зачтено                 |
| 4 (хорошо)                         | 80-61                              |                         |
| 3 (удовлетворительно)              | 60-41                              |                         |
| 2 (неудовлетворительно)            | 40 и менее                         | не зачтено              |

Результаты промежуточного контроля по дисциплине, выраженные в оценках «зачтено, удовлетворительно», «зачтено, хорошо», «зачтено, отлично» показывают уровень сформированности у обучающегося знаний, умений, навыков по результатам обучения по дисциплине по программе аспирантуры 5.2.2. Математические, статистические и инструментальные методы в экономике.

Результаты промежуточного контроля по дисциплине, выраженные в оценке «не зачтено, неудовлетворительно», показывают не сформированность у обучающегося знаний, умений, навыков по результатам обучения дисциплине по программе аспирантуры 5.2.2. Математические, статистические и инструментальные методы в экономике.

#### 7.4. Типовые задания к промежуточной аттестации

##### ВАРИАНТ 1

1. Рассмотрим задачу

$$\max a_1 \frac{x_1^\rho}{\rho} + a_2 \frac{x_2^\rho}{\rho} + a_3 \frac{x_3^\rho}{\rho}$$

s.t.

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq b,$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$$

где  $0 \neq \rho < 1, a_i > 0, i = 1, 2, 3$ .

- A. Проверьте, что эта задача является задачей выпуклого программирования.
  - B. Расскажите, о чем применительно к этой задаче говорит теорема Куна-Таккера.
  - C. Решите эту задачу.
  - D. Запишите эту задачу в виде задачи динамической оптимизации.
  - E. Расскажите, о чем применительно к этой задаче говорит принцип максимума.
  - F. Решите эту задачу с помощью принципа максимума и проверьте, что решение совпадает с пунктом C.
2. Рассмотрим задачу

$$\max x_0^{1/2} + \beta x_1^{1/2} + \beta^2 x_2^{1/2} + \dots$$

s.t.

$$x_0 + x_1 + x_2 + \dots \leq y_0,$$

$$x_0 \geq 0, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots,$$

где  $0 < \beta < 1$ .

- A. Решите эту задачу.
- B. Запишите эту задачу в виде задачи динамической оптимизации.
- C. Расскажите, о чем применительно к этой задаче говорит принцип максимума.
- D. Решите эту задачу с помощью принципа максимума и проверьте, что решение совпадает с пунктом A.
- E. Выведите для этой задачи функцию Беллмана (Value function).
- F. Проверьте, что для этой задачи выполняется принцип оптимальности.

## 8. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

### 8.1. Основная литература:

1. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование: Учебное пособие / И.В. Орлова, В.А. Половников. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2014. - 389 с.: 60x90 1/16. (п) ISBN 978-5-9558-0208-4 [Электронный ресурс]. URL: <http://znanium.com/catalog/product/424033>
2. Колемаев, В. А. Математические методы и модели исследования операций [Электронный ресурс] : учебник для студентов вузов, обучающихся по специальности 080116 «Математические методы в экономике» и другим экономическим специальностям / В. А. Колемаев; под ред. В. А. Колемаева. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2012. - 592 с. - ISBN 978-5-238-01325-1. [Электронный ресурс]. URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=391871>



3. Полякова, Е. В. Математика для экономистов: динамика [Text]: учеб. пособ. Для вузов / Е. В. Полякова ; Европейский университет в Санкт-Петербурге. - СПб. : Изд-во ЕУСПб, 2013. - 111 с.

## **8.2. Дополнительная литература:**

1. Мастяева И. Н. Методы оптимальных решений [Электронный ресурс]: учебник / И. Н. Мастяева, Г. И. Горемыкина, О. Н. Семенихина. - М.: КУРС, ИНФРА-М, 2018. - 384 с. - URL: <http://znanium.com/catalog/product/944821>

2. Соколов, А.В. Методы оптимальных решений : учебное пособие : в 2 т / А.В. Соколов, В.В. Токарев. - 3-е изд., испр. и доп. - М. : Физматлит, 2012. - Т. 1. Общие положения. Математическое программирование. - 562 с. : схем., табл. - (Анализ и поддержка решений). - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9221-1399-1 ; [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457697>.

3. Шандра, И.Г. Математическая экономика : учебник / И.Г. Шандра. - Москва : Прометей, 2018. - 176 с. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-907003-04-0 ; [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=494930>

4. Дифференциальные уравнения: устойчивость и оптимальная стабилизация [Text]: учеб. пособ. для вузов / Б. Г. Гребенщиков [и др.] ; отв. ред. А. Н. Сесекин ; науч. ред. А. Ф. Шорилов ; Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина. - М. : Юрайт ; Екатеринбург : Изд-во Уральского университета, 2018. - 119 с. - (Университеты России). - Библиогр. : с. 117 - 119

## **9. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА**

### **9.1. Программное обеспечение**

При осуществлении образовательного процесса аспирантами и профессорско-преподавательским составом используется следующее лицензионное программное обеспечение:

1. OS Microsoft Windows (OVS OS Platform)
2. MS Office (OVS Office Platform)
3. Adobe Acrobat Professional 11.0 MLP AOO License RU
4. Adobe CS5.5 Design Standart Win IE EDU CLP
5. ABBYY FineReader 11 Corporate Edition
6. ABBYY Lingvo x5
7. Adobe Acrobat Reader DC /Pro – бесплатно
8. Opera – бесплатно
9. Mozilla – бесплатно
10. VLC – бесплатно
11. Яндекс.Браузер (Yandex Browser) – бесплатно

**9.2. Перечень информационно-справочных систем и профессиональных баз данных информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:**

### **Информационно-справочные системы**

1. Гарант.Ру. Информационно-правовой портал: <https://www.garant.ru/>
2. Открытое образование. Ассоциация «Национальная платформа открытого образования»: <https://npoed.ru/>
3. Официальная Россия. Сервер органов государственной власти Российской

Федерации: <http://www.gov.ru/>

4. Официальный интернет-портал правовой информации. Государственная система правовой информации: <http://pravo.gov.ru/>

5. Правовой сайт КонсультантПлюс: <https://www.consultant.ru/>

6. Российское образование. Федеральный портал: <http://www.edu.ru/>

### **Профессиональные базы данных информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:**

1. ЕНИП — Электронная библиотека «Научное наследие России»: <http://e-heritage.ru/>

2. Национальная электронная библиотека НЭБ: <https://rusneb.ru/about/>

3. Президентская библиотека: <http://www.prlib.ru>

4. Российская государственная библиотека: <http://www.rsl.ru/>

5. Российская национальная библиотека: <http://www.nlr.ru/poisk/>

### **9.3. Лицензионные электронные ресурсы библиотеки Университета**

#### **Профессиональные базы данных:**

Полный перечень доступных обучающимся профессиональных баз данных представлен на официальном сайте Университета <https://eusp.org/library/electronic-resources>, включая следующие базы данных:

1. **eLIBRARY.RU** — Российский информационно-аналитический портал в области науки, технологии, медицины и образования, содержащий рефераты и полные тексты научных статей и публикаций, наукометрическая база данных: <https://elibrary-ru.elib.eusp.org/> ;

2. Электронные журналы по подписке (текущие номера научных зарубежных журналов).

#### **Электронные библиотечные системы:**

1. **Znaniy.com** — Электронная библиотечная система (ЭБС) — <https://znaniy.ru/> ;

2. **Университетская библиотека онлайн** — Электронная библиотечная система (ЭБС) — [https://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_blocks&view=main\\_ub](https://biblioclub.ru/index.php?page=book_blocks&view=main_ub)

### **9.4. Электронная информационно-образовательная среда Университета**

Образовательный процесс по дисциплине поддерживается средствами электронной информационно-образовательной среды Университета, которая включает в себя электронный учебно-методический ресурс АНООВО «ЕУСПб» — образовательный портал LMS Sakai — Sakai@EU, лицензионные электронные ресурсы библиотеки Университета, официальный сайт Университета (<https://eusp.org/>), локальную сеть и корпоративную электронную почту Университета, и обеспечивает:

- доступ к учебным планам, рабочим программам дисциплин (модулей), практик и к изданиям электронных библиотечных систем и электронным образовательным ресурсам, указанным в рабочих программах;

- фиксацию результатов промежуточной аттестации, результаты выполнения индивидуального плана научной деятельности и оценки выполнения индивидуального плана работы;

- формирование электронного портфолио обучающегося, в том числе сохранение работ обучающегося;

- взаимодействие между участниками образовательного процесса, в том числе синхронное и (или) асинхронное взаимодействие посредством сети «Интернет» (электронной почты и т.д.).

Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронным ресурсам библиотеки Университета, содержащей издания учебной, учебно-методической и иной литературы по изучаемой дисциплине.

## **10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА**

В ходе реализации образовательного процесса используются специализированные многофункциональные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа (практических занятий, лабораторных работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованные специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Проведение занятий обеспечивается демонстрационным оборудованием.

Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов предоставляется возможность присутствия в аудитории вместе с ними ассистента (помощника). Для слабовидящих предоставляется возможность увеличения текста на экране ПК. В компьютерном классе и в помещении для самостоятельной работы в комплект оборудования также входит клавиатура, клавиши которой маркированы рельефно-точечным шрифтом. Для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья, имеющих ограничения по слуху, предоставляется возможность использования портативной индукционной системы (индукционной петли). Для самостоятельной работы лиц с ограниченными возможностями здоровья в помещении для самостоятельной работы организовано одно место (ПК) с возможностями бесконтактного ввода информации и управления компьютером (специализированное лицензионное программное обеспечение – Camera Mouse, веб камера).

Библиотека университета предоставляет удаленный доступ к электронным ресурсам библиотеки Университета с возможностями для слабовидящего увеличения текста на экране ПК.

Лица с ограниченными возможностями здоровья могут при необходимости воспользоваться имеющимся в университете креслом-коляской. В учебном корпусе имеется адаптированный лифт. На первом этаже оборудован специализированный туалет. У входа в здание университета для инвалидов оборудована специальная кнопка, входная среда обеспечена информационной доской о режиме работы университета, выполненной рельефно-точечным тактильным шрифтом (азбука Брайля).

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**  
**«Математика в экономике»**

# ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

## 1. Показатели, критерии и оценивание в процессе текущей аттестации

Информация о содержании и процедуре текущего контроля успеваемости, методике оценивания знаний, умений и навыков обучающегося в ходе текущего контроля доводятся научно-педагогическими работниками Университета до сведения обучающегося на первом занятии по данной дисциплине.

Текущий контроль предусматривает подготовку аспирантов к каждому занятию, выполнение домашних заданий, ответы на вопросы в рамках опроса, активное слушание на лекциях. Аспирант должен присутствовать на занятиях, участвовать в обсуждении разбираемых заданий.

Текущий контроль проводится в форме домашних заданий, устного опроса, позволяющих оценить степень усвоения материала в ходе изучения дисциплины.

Таблица 1

**Показатели, критерии и оценивание в процессе текущей аттестации**

| Наименование тем (разделов)  | Формы текущего контроля* успеваемости | Результаты текущего контроля |
|--|---------------------------------------|------------------------------|
| Тема 1. Задачи нелинейного и выпуклого программирования.                                   | Домашнее задание                      | зачтено/<br>не зачтено       |
| Тема 2. Неподвижные точки и теоремы существования в математической экономике и теории игр. | Домашнее задание                      | зачтено/<br>не зачтено       |
| Тема 3. Динамическая оптимизация.  | Домашнее задание                      | зачтено/<br>не зачтено       |
| Тема 4. Использование системы Wolfram Mathematica.   | Домашнее задание                      | зачтено/<br>не зачтено       |
| Тема 5. Особенности преподавания математических методов в экономике в высшей школе         | Опрос                                 | зачтено/<br>не зачтено       |

\* *Примечание: формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), домашнее задание (ДЗ).*

Таблица 2

| Формы текущего контроля успеваемости | Критерии оценивания   |
|--------------------------------------|---|
| Опрос                                | Ответ отсутствует или является односложным, или содержит существенные ошибки – не зачтено<br>Аспирант в ответах демонстрирует знание всех теоретических положений, (развернуто) отвечает на все поставленные вопросы, предлагает обоснования при ответе на все или большинство поставленных вопросов; несущественные ошибки не снижают качество ответа — зачтено  |
| Домашнее задание                     | Аспирант не знает основных положений теории, испытывает затруднения при решении задач – 0–4 балла (не зачтено);<br>Аспирант демонстрирует знание основных теоретических положений, предлагает правильную идеологию решения задач – 5–6 баллов (зачтено);<br>Аспирант демонстрирует знание всех теоретических положений, выполняет задания и отвечает на все вопросы, но допускает несущественные ошибки – 7–8 баллов (зачтено);<br>Аспирант демонстрирует знание всех теоретических положений, правильно выполняет задания и отвечает на все вопросы – 9–10 баллов (зачтено). |

## КАРТА БАЛЛОВ ДИСЦИПЛИНЫ

| Форма контроля   | Баллы |
|------------------|-------|
| Текущий контроль | 50    |

**2. Контрольные задания для текущей аттестации****Варианты домашних заданий****Тема 1. Задачи нелинейного и выпуклого программирования.***Домашнее задание*

1. Докажите достаточность в условия теоремы Куна-Такера.
2. Докажите, что вектор двойственных оценок в задаче с двойным ограничением – тот же самый, что и в оптимизационной задаче.
3. Приведите трехмерный пример, показывающий существенность требования регулярности (Слейтера).
4. Проверьте, что в двухступенчатой оптимизационной задаче на ограничение ресурсов итоговая целевая функция также вогнута.
5. Проверьте, что если вектор Р является вектором двойственных оценок задачи с блочной структурой, то этот же вектор является вектором двойственных оценок обратной задачи.

**Тема 2. Неподвижные точки и теоремы существования в математической экономике и теории игр.***Домашнее задание*

1. Докажите, что непрерывное отображение отрезка в себя имеет хотя бы одну неподвижную точку.
2. Пусть отображение  $f$  задается на множестве  $(0,1)$  равенством  $f(x) = \frac{x+1}{2}$ . Существует ли у этого отображения неподвижная точка? Как ваш ответ объяснить в свете теоремы Брауэра?

**Тема 3. Динамическая оптимизация.***Домашнее задание*

1. Имеется оптимизационная задача. Есть три фирмы, каждая из которых обладает запасом ресурсов. Каждая фирма производит конечный выпуск, а также направляет часть своего выпуска двум другим фирмам. Необходимо доказать, что в подобной оптимизационной задаче оптимальное решение является равновесным.
2. Имеется оптимизационная задача:  $f(x) \rightarrow \max$ , при ограничениях:  $x \leq b$ , где  $b \gg 0$ . Обозначим за  $\Phi(b) = \max \{f(x)\}$ . Доказать необходимость того, чтобы  $\Phi(b)$  была вогнутой.
3. Изобразите решение оптимальной задачи в динамическом времени в виде оптимизации на графе.

**Тема 4. Использование системы Wolfram Mathematica.***Домашнее задание*

1. Нарисуйте косинус и синус от 0 до  $\pi/2$ . Синус изобразите – синим цветом, косинус – красным, точку пересечения сделайте зеленой.

2. Сгенерируйте матрицу, каждый элемент которой – случайное (равномерно распределенное) вещественное число от -5 до 1. По этой матрице создайте список из 0 и 1: 1 – есть положительное число в строке, 0 – нет
3. Дан массив натуральных чисел. Отсортируйте его по убыванию суммы цифр каждого числа.
4. Дана матрица целых чисел. Оставьте только те строки, в которых количество нечетных элементов представляет собой нечетное число.
5. Будем называть натуральное число «циклически простым», если все числа, получающиеся при циклических сдвигах его цифр – простые (например, числа 197, 971, 719). Найти количество циклически простых чисел, не превосходящих 1000000.
6. Рассмотрим натуральное число  $n$ . Если оно чётное, то превращаем его в  $n/2$ , а если нечётное, то в  $3n+1$ . С полученным числом выполняем те же самые действия, и так далее. Гипотеза Коллатца заключается в том, что для любого  $n$  на некотором шаге получим 1, см. <http://mathworld.wolfram.com/CollatzProblem.html>. Найдите среди первых 105 натуральных чисел то, для превращения которого в 1 требуется наибольшее число шагов.
7. Дан список, состоящий из -1, 0, 1. Необходимо подсчитать количество элементов, равных -1 в списке, и столько же первых единиц заменить на нули. Например, в списке есть 9 минус единиц и 10 единиц. Тогда все единицы, кроме последней, следует заменить на 0.
8. Пусть  $m$  – натуральное число. Определим функцию  $\delta(m)$  как сумму всех натуральных делителей числа  $m$ , кроме самого  $m$ . Будем называть два различных натуральных числа  $a$  и  $b$  "дружественными", если  $\delta(a)=b$  и  $\delta(b)=a$ . Найти все пары «дружественных» чисел, меньших 105.
9.  $A(349)=349+943=1292$ ,  $A(1292)=1292+2921=4213$ ,  $A(4213)=4213+3124=7337$ . Число 10677 переходит в палиндром за 53 итерации. Есть числа, которые, по-видимому, не могут операцией  $A$  быть превращены в палиндром. Они называются числами Личрела. Одно из них - число 196. Будем считать величину, меньшую 10000, числом Личрела, если его не удастся превратить в палиндром за 50 итераций. Найти количество таких величин.

### **Вопросы для опросов**

**Тема 5. Особенности преподавания математических методов в экономике в высшей школе**

1. Предмет педагогики высшей школы.
2. Место педагогических знаний в деятельности преподавателя вуза.
3. Цели педагогического процесса в вузе.
4. Отбор содержания учебных дисциплин.
5. Место оценки образовательных результатов в учебном процессе вуза.
6. Особенности лекционного занятия.
7. Особенности практического (семинарского) занятия.
8. Основания отбора преподавателем вида и формы организации практических занятий.

### **3. Показатели, критерии и оценивание в процессе промежуточной аттестации**

Форма промежуточной аттестации представляет собой зачет с оценкой, который проходит в письменной форме.

Перед зачетом с оценкой проводится консультация, на которой преподаватель отвечает на вопросы аспирантов.

В результате промежуточного контроля знаний аспиранты получают аттестацию по дисциплине.

Таблица 3

**Показатели, критерии и оценивание в процессе промежуточной аттестации**

| Форма промежуточной аттестации/вид промежуточной аттестации                    | Критерии оценивания   | Оценка  |
|--|---|---|
| зачет /<br>письменный зачет с оценкой по<br>единому для всех аспирантов билету | Представлено полное и правильное решение, возможны несущественные погрешности.  | Зачтено, отлично (41-50)                          |
|  | Представлено правильное, но неполное решение, возможны несущественные погрешности.  | Зачтено, хорошо (31-40)                           |
|  | Выявлено неполное знание или частично неправильная трактовка основополагающих положений и предпосылок, присутствуют грубые ошибки.  | Зачтено, удовлетворительно (21-30)                |
|  | Решалась задача, отличная от предложенной, или решение отсутствует – 0.<br><br>Выявлено незнание или неправильная трактовка основополагающих положений и предпосылок, присутствуют грубые ошибки. | Не зачтено, неудовлетворительно (0)<br><br>(1-20) |

Результаты сдачи промежуточной аттестации по программам аспирантуры на факультете экономики оцениваются по балльно-рейтинговой системе оценки в соответствии с Положением о формах, периодичности и порядке организации и проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в АНООВО «ЕУСПб» следующим образом, согласно таблице 3а.

Максимальная оценка по итогам освоения дисциплины составляет 100 баллов (50% оценки составляют результаты выполнения домашних заданий, 50% – результаты письменной зачетной работы).

Таблица 3а

**Система оценки знаний обучающихся**

| Пятибалльная (стандартная) система | Балльно-рейтинговая система оценки | Бинарная система оценки |
|------------------------------------|------------------------------------|-------------------------|
| 5 (отлично)                        | 100-81                             | зачтено                 |
| 4 (хорошо)                         | 80-61                              |                         |
| 3 (удовлетворительно)              | 60-41                              |                         |
| 2 (неудовлетворительно)            | 40 и менее                         | не зачтено              |

Результаты промежуточного контроля по дисциплине, выраженные в оценках «зачтено, удовлетворительно», «зачтено, хорошо», «зачтено, отлично» показывают уровень сформированности у обучающегося знаний, умений, навыков по результатам обучения по



дисциплине по программе аспирантуры 5.2.2. Математические, статистические и инструментальные методы в экономике.

Результаты промежуточного контроля по дисциплине, выраженные в оценке «не зачтено, неудовлетворительно», показывают не сформированность у обучающегося знаний, умений, навыков по результатам обучения дисциплине по программе аспирантуры 5.2.2. Математические, статистические и инструментальные методы в экономике.

#### 4. Задания к промежуточной аттестации ВАРИАНТ 1

1. Рассмотрим задачу

$$\max a_1 \frac{x_1^\rho}{\rho} + a_2 \frac{x_2^\rho}{\rho} + a_3 \frac{x_3^\rho}{\rho}$$

s.t.

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq b,$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$$

где  $0 \neq \rho < 1, a_i > 0, i = 1, 2, 3$ .

- A. Проверьте, что эта задача является задачей выпуклого программирования.
- B. Расскажите, о чем применительно к этой задаче говорит теорема Куна-Таккера.
- C. Решите эту задачу.
- D. Запишите эту задачу в виде задачи динамической оптимизации.
- E. Расскажите, о чем применительно к этой задаче говорит принцип максимума.
- F. Решите эту задачу с помощью принципа максимума и проверьте, что решение совпадает с пунктом C.

2. Рассмотрим задачу

$$\max x_0^{1/2} + \beta x_1^{1/2} + \beta^2 x_2^{1/2} + \dots$$

s.t.

$$x_0 + x_1 + x_2 + \dots \leq y_0,$$

$$x_0 \geq 0, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots,$$

где  $0 < \beta < 1$ .

A. Решите эту задачу.

B. Запишите эту задачу в виде задачи динамической оптимизации.

C. Расскажите, о чем применительно к этой задаче говорит принцип максимума.

D. Решите эту задачу с помощью принципа максимума и проверьте, что решение совпадает с пунктом A.

E. Выведите для этой задачи функцию Беллмана (Value function).

F. Проверьте, что для этой задачи выполняется принцип оптимальности.

## ВАРИАНТ 2

1. Сформулируйте теорему Брауэра и докажите ее в одномерном случае.

2. Рассмотрим задачу

$$6x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 + 9x_1 - 5x_2 \rightarrow \min, -x_1 + x_2 \leq 5, x_1 - 11x_2 \leq 15, -2 \leq x_1 \leq 2.$$

Является ли вектор (1,1) или вектор (5,5) её решением?

3. Решите динамическую оптимизационную задачу в дискретном времени:  $\ln(c_1) + \beta \ln(c_2) + \beta^2 \ln(c_3) + \dots + \beta^{t-1} \ln(c_t) \rightarrow \max$ , при ограничениях:  $c_1 + \dots + c_t \leq y$ ,  $\beta > 0$ .