

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Волков В.В. **Автономная некоммерческая образовательная организация высшего образования**

Должность: Ректор

«Европейский университет в Санкт-Петербурге»

Дата подписания: 14.05.2023 18:37:01

Уникальный программный ключ:

Факультет экономики

ed68fd4b85b778e0f0b1bfea5dbc56cf4148f1229917e799a70e51517ff6d591



УТВЕРЖДАЮ:

Ректор

В.В. Волков

«03 мая» 2021 г.

Протокол Ученого Совета
№ 2 от 03 мая 2021 г.

Рабочая программа дисциплины
Математика для экономистов: оптимизация

образовательная программа
направление подготовки
38.04.01 Экономика

направленность (профиль)
«Исследовательская экономика»
программа подготовки – магистратура

язык обучения – русский
форма обучения - очная

квалификация (степень) выпускника
Магистр

Санкт-Петербург

Автор:

Борисов К.Ю., доктор экономических наук, профессор факультета экономики АНООВО «ЕУСПб»

Рецензент:

Полякова Е.В., кандидат физико-математических наук, доктор технических наук, профессор факультета экономики АНООВО «ЕУСПб»

Рабочая программа дисциплины «**Математика для экономистов: оптимизация**», входящей в образовательную программу уровня магистратуры «Исследовательская экономика», утверждена на заседании Совета факультета экономики

Протокол заседания № 9 от 26 февраля 2021 года.

АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (Б1.В.01)

Дисциплина «**Математика для экономистов: оптимизация**» является обязательной дисциплиной части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1. Дисциплины (модули) основной профессиональной образовательной программы высшего образования «Исследовательская экономика» по направлению подготовки 38.04.01 Экономика.

Дисциплина реализуется на факультете экономики.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций, которыми должен обладать выпускник, освоивший программу магистратуры:

профессиональных компетенций (ПК):

— способен обобщать и критически оценивать результаты, полученные отечественными и зарубежными исследователями, выявлять перспективные направления, обосновывать актуальность, теоретическую и практическую значимость избранной темы научного исследования (ПК-1);

— способен осуществлять деятельность, направленную на решение задач аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач, проводить теоретические обобщения научных данных в соответствии с задачами исследования (ПК-6).

Дисциплина «**Математика для экономистов: оптимизация**» посвящена теории оптимизации, т.е. исследованию задач на максимум и минимум, а также моделированию экономических процессов с помощью таких задач. Основное внимание в рамках курса уделяется качественному анализу решения задач на максимум и минимум, и в первую очередь — необходимым условиям первого порядка и их экономической интерпретации. Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с решением задач одномерной оптимизации, многомерной дифференцируемой оптимизацией без ограничений и с ограничениями, теорией множителей Лагранжа, выпуклым анализом, линейным программированием, многоцелевой оптимизацией и теоремой Куна–Таккера.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельная работа магистранта.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости, промежуточный контроль в форме зачета с оценкой (в конце 1 модуля).

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 2 зачетных единицы, 72 часа.

Программой дисциплины предусмотрены: 7 часов лекций, 14 часов практических занятий, 42 часа самостоятельной работы магистранта, 9 часов промежуточного контроля.

Содержание

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	5
2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	5
3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ.....	6
4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ.....	6
5. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ.....	7
5.1 Содержание дисциплины.....	7
5.2 Структура дисциплины.....	8
6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ.....	9
6.1 Общие положения.....	9
6.2 Рекомендации по распределению учебного времени по видам самостоятельной работы и разделам дисциплины.....	9
6.3 Перечень основных вопросов по изучаемым темам для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	10
6.4 Перечень литературы для самостоятельной работы обучающегося.....	11
6.5 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы.....	11
7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ.....	12
7.1 Показатели, критерии и оценивание компетенций и индикаторов их достижения в процессе текущей аттестации.....	12
7.2 Контрольные задания для текущей аттестации.....	14
7.3 Показатели, критерии и оценивание компетенций и индикаторов их достижения в процессе промежуточной аттестации.....	15
7.4 Типовые задания к промежуточной аттестации.....	16
7.5 Средства оценки индикаторов достижения компетенций.....	16
8. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА.....	17
8.1. Основная литература.....	17
8.2. Дополнительная литература.....	17
9. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА.....	18
9.1 Программное обеспечение.....	18
9.2 Перечень информационно-справочных систем и профессиональных баз данных информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.....	18
9.3 Лицензионные электронные ресурсы библиотеки Университета.....	19
9.4 Электронная информационно-образовательная среда Университета.....	19
10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА.....	20
ПРИЛОЖЕНИЕ 1.....	21

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины состоит в изучении современных аналитических методов, используемых в экономике, а также иллюстрация их применения на примерах различных задач экономической теории.

Задачи изучения дисциплины:

- 1) формирование у обучающихся умения формулировать экономические проблемы в виде задач на максимум и минимум;
- 2) усвоение обучающимися фундаментальных основ теории экстремальных задач;
- 3) развитие у обучающихся практических навыков применения необходимых условий экстремума;
- 4) выработка у обучающихся навыков по содержательному интерпретированию формальных результатов.

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате изучения учебной дисциплины обучающийся должен овладеть следующими компетенциями: профессиональными (ПК). Планируемые результаты формирования компетенций и индикаторы их достижения в результате освоения дисциплины представлены в Таблице 1.

Таблица 1

Планируемые результаты освоения дисциплины, соотнесенные с индикаторами достижения компетенций обучающихся

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (знать, уметь, владеть)
ПК-1 Способен обобщать и критически оценивать результаты, полученные отечественными и зарубежными исследователями, выявлять перспективные направления, обосновывать актуальность, теоретическую и практическую значимость избранной темы научного исследования	ИД.ПК-1.1. Осуществляет сбор основных результатов новейших исследований, опубликованных в ведущих профессиональных журналах	Знать: основных результатах новейших исследований, опубликованных в ведущих профессиональных журналах, методах обобщения и анализа информации; алгоритмах опытно-поисковой деятельности; методах сбора и анализа информации по темам научных исследований З (ПК-1) Уметь: осваивать новые предметные области, теоретические и эмпирические методы и приемы научного исследования, осмысливать результаты исследований, делать научные обобщения и применять приобретенные знания в различных областях У (ПК-1) Владеть: свободно владеть понятийным аппаратом и навыками научного анализа и методологией научного подхода В (ПК-1)
	ИД.ПК-1.2. Критически оценивает актуальность и эффективность основных результатов новейших исследований, опубликованных в ведущих профессиональных журналах в области экономики и смежных наук	
	ИД.ПК-1.3. На основе критического анализа выявляет перспективные направления экономических исследований	
ПК-6 Способен осуществлять деятельность, направленную на решение задач аналитического характера, предполагающих выбор и	ИД.ПК-1.4. Обосновывает актуальность, теоретическую и практическую значимость избранной темы научного исследования	Знать: методологический аппарат современной экономики, аналитические приемы отбора методов и моделей в соответствии с целями и задачами исследования, аналитический подход к теоретическому обобщению научных данных З (ПК-6) Уметь:
	ИД.ПК-6.1. Осуществляет выбор актуальных способов решения экономических задач	
	ИД.ПК-6.2. Проводит теоретические обобщения научных данных в профессиональной области	
	ИД.ПК-6.3. Применяет комплексный подход по решению	

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (знать, уметь, владеть)
многообразие актуальных способов решения задач, проводить теоретические обобщения научных данных в соответствии с задачами исследования	профессиональных задач в области экономики и смежных областях	осуществлять комплекс действий по выбору актуальных способов решения экономических задач У (ПК-6)
		Владеть: навыками решения задач аналитического характера в рамках научных исследования в области экономики и смежных отраслей В (ПК-4)

В результате освоения дисциплины магистрант должен:

ЗНАТЬ:

- основные определения и теоремы линейного программирования;
- основные определения и теоремы нелинейного программирования;
- основные определения и теоремы выпуклого анализа;
- основные определения и теоремы многокритериальной оптимизации;

УМЕТЬ:

- решать простейшие задачи распределения ресурсов;
- проверять функции на выпуклость и вогнутость;
- применять простейшие критерии оптимальности для отыскания точек, подозрительных на экстремум;
- интерпретировать необходимые условия оптимальности в разнообразных задачах экономической теории и теории финансов;

ВЛАДЕТЬ:

- методами анализа чувствительности в экстремальных задачах;
- способами графического представления экстремальных задач;
- технологией применения условий оптимальности первого порядка.

3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «**Математика для экономистов: оптимизация**» является дисциплиной части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы «Исследовательская экономика». Код дисциплины по Учебному плану Б1.В.01. Курс читается в первом модуле, форма промежуточной аттестации – зачет с оценкой.

Для освоения этой дисциплины достаточно подготовки в области отдельных разделов высшей математики на уровне экономического бакалавриата.

Знания, умения и навыки, полученные при освоении данной дисциплины, применяются магистрантами в процессе изучения следующих дисциплин, а также прохождения учебной и производственной практик:

- Б1.О.03 Микроэкономика (продвинутый уровень);
- Б1.В.10 Теория игр;
- Б1.В.12 Теория отраслевых рынков;
- Б1.В.ДВ.01.02 Теория международной торговли ;
- Б1.В.ДВ.02.02 Динамическая макроэкономика;
- Б1.В.ДВ.04.01 Поведенческая и экспериментальная экономика.

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 2 (две) зачетных единицы, 72 часа.

Таблица 2

Типы учебных занятий и самостоятельная работа		Объем дисциплины										
		Всего	Модуль									
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>Очная форма обучения</i>												
Контактная работа обучающихся с преподавателем в соответствии с УП:		42	42	-	-	-	-	-	-	-	-	-
лекционного типа (Лек)		7	7	-	-	-	-	-	-	-	-	-
практические занятия (Пр)		14	14	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Самостоятельная работа обучающихся (СР)		42	42	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Промежуточная аттестация	форма	Зачет с оценкой	Зачет с оценкой	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	час.	9	9	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Общая трудоемкость (час. / з.е.)		72	72/2	-	-	-	-	-	-	-	-	-

5. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Содержание дисциплины соотносится с планируемыми результатами обучения по дисциплине: через задачи, формируемые компетенции и их компоненты (знания, умения, навыки – далее ЗУВ) по средствам индикаторов достижения компетенций в соответствии с Таблицей 3.

5.1 Содержание дисциплины

Таблица 3

Содержание дисциплины					
№ п/п	Наименование тем (разделов)	Содержание тем (разделов)	Коды компетенций	Индикаторы компетенций (в соот. с Таблицей 1)	Коды ЗУВ (в соот. с Таблицей 1)
1	Постановка и классификация задач математического программирования	Постановка задач математического программирования. Классификация задач математического программирования. Оптимизационные задачи в экономике. Безусловная и условная оптимизации целевой функции.	ПК-1 ПК-6	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2. ИД.ПК-1.3. ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1. ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.	3 (ПК-1) У (ПК-1) В (ПК-1) 3 (ПК-6) У (ПК-6) В (ПК-6)
2	Задача об оптимальном распределении ресурса	Задача об оптимальном распределении ресурса. Необходимые и достаточные условия оптимума. Оптимальность и равновесие в модели распределения ресурса. Агрегирование и оптимальность. Геометрическая интерпретация задачи оптимального распределения ресурса.	ПК-1 ПК-6	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2. ИД.ПК-1.3. ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1. ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.	3 (ПК-1) У (ПК-1) В (ПК-1) 3 (ПК-6) У (ПК-6) В (ПК-6)
3	Линейное программирование	Задачи линейного программирования в экономике. Геометрические интерпретации задач линейного программирования. Двойственные оценки и условия оптимальности. Двойственная задача линейного программирования. Теоремы двойственности в линейном программировании.	ПК-1 ПК-6	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2. ИД.ПК-1.3. ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1. ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.	3 (ПК-1) У (ПК-1) В (ПК-1) 3 (ПК-6) У (ПК-6) В (ПК-6)
4	Условная оптимизация и метод	Теорема об обратной функции. Теорема о неявной функции. Множители Лагранжа. Условия регулярности. Теорема об	ПК-1 ПК-6	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2. ИД.ПК-1.3.	3 (ПК-1) У (ПК-1) В (ПК-1)

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Содержание тем (разделов)	Коды компетенций	Индикаторы компетенций (в соот. с Таблицей 1)	Коды ЗУВ (в соот. с Таблицей 1)
	множителей Лагранжа	Экономическая огибающей. Интерпретация множителей Лагранжа.		ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1. ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.	З (ПК-6) У (ПК-6) В (ПК-6)
5	Выпуклый анализ	Выпуклые множества. Выпуклые оболочки. Теоремы об отделимости. Выпуклые и вогнутые функции. Условия выпуклости и вогнутости для гладких функций. Квазивыпуклые и квазивогнутые функции.	ПК-1 ПК-6	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2. ИД.ПК-1.3. ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1. ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.	З (ПК-1) У (ПК-1) В (ПК-1) З (ПК-6) У (ПК-6) В (ПК-6)
6	Эффективность и оптимальность по Парето	Эффективность и слабая эффективность. Необходимые и достаточные условия слабой эффективности на выпуклых множествах. Многокритериальная оптимизация. Оптимальность по Парето и слабая оптимальность по Парето. Необходимые и достаточные условия слабой оптимальности по Парето для задач многокритериальной оптимизации при вогнутых целевых функциях.	ПК-1 ПК-6	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2. ИД.ПК-1.3. ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1. ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.	З (ПК-1) У (ПК-1) В (ПК-1) З (ПК-6) У (ПК-6) В (ПК-6)
7	Теорема Куна–Таккера	Теоремы Куна–Таккера для задач выпуклого программирования. Роль условия Слейтера. Теоремы Куна–Таккера для гладких задач. Различные версии условий регулярности.	ПК-1 ПК-6	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2. ИД.ПК-1.3. ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1. ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.	З (ПК-1) У (ПК-1) В (ПК-1) З (ПК-6) У (ПК-6) В (ПК-6)

5.2 Структура дисциплины

Таблица 4

Структура дисциплины

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины, час.					Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по типам учебных занятий в соответствии с УП			СР	
			Лек	Лаб	Пр		
<i>Очная форма обучения</i>							
Тема 1	Постановка и классификация задач математического программирования	9	1	–	2	6	ДЗ
Тема 2	Задача об оптимальном распределении ресурса	9	1	–	2	6	ДЗ
Тема 3	Линейное программирование	9	1	–	2	6	ДЗ
Тема 4	Условная оптимизация и метод множителей Лагранжа	9	1	–	2	6	ДЗ
Тема 5	Выпуклый анализ	9	1	–	2	6	ДЗ
Тема 6	Эффективность и оптимальность по Парето	9	1	–	2	6	ДЗ
Тема 7	Теорема Куна–Таккера	9	1	–	2	6	ДЗ
Промежуточная аттестация		9	–	–	–	–	Зачет с оценкой
Всего:		72/2	7	-	14	42	9

*Примечание: формы текущего контроля успеваемости: домашнее задание (ДЗ).

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

6.1 Общие положения

Знания и навыки, полученные в результате лекций и семинарских занятий, закрепляются и развиваются в результате повторения материала, усвоенного в аудитории, путем чтения текстов и исследовательской литературы (из списков основной и дополнительной литературы) и их анализа.

Самостоятельная работа является важнейшей частью процесса высшего образования. Ее следует осознанно организовать, выделив для этого необходимое время и соответственным образом организовав рабочее пространство. Важнейшим элементом самостоятельной работы является проработка материалов прошедших занятий (анализ конспектов, чтение рекомендованной литературы) и подготовка к следующим лекциям/практическим (семинарским) занятиям. Литературу, рекомендованную в программе курса, следует, по возможности, читать в течение всего семестра, концентрируясь на обусловленных программой курса темах.

Существенную часть самостоятельной работы магистранта представляет самостоятельное изучение вспомогательных учебно-методических изданий, лекционных конспектов, интернет-ресурсов и пр. Подготовка к практическим занятиям является важной формой работы магистранта. Самостоятельная работа может вестись как индивидуально, так и при содействии преподавателя.

6.2 Рекомендации по распределению учебного времени по видам самостоятельной работы и разделам дисциплины

Тема 1. Постановка и классификация задач математического программирования.

1. Повторение пройденного на лекциях и практических занятиях материала – 1 час.
2. Самостоятельная работа с рекомендованной литературой, поиск ответов на возникшие в ходе подготовки вопросы – 2 часа.
3. Выполнение домашнего задания – 3 часа. Итого: 6 часов.

Тема 2. Задача об оптимальном распределении ресурса.

1. Повторение пройденного на лекциях и практических занятиях материала – 1 час.
2. Самостоятельная работа с рекомендованной литературой, поиск ответов на возникшие в ходе подготовки вопросы – 2 часа.
3. Выполнение домашнего задания – 3 часа. Итого: 6 часов.

Тема 3. Линейное программирование.

1. Повторение пройденного на лекциях и практических занятиях материала – 1 час.
2. Самостоятельная работа с рекомендованной литературой, поиск ответов на возникшие в ходе подготовки вопросы – 2 часа.
3. Выполнение домашнего задания – 3 часа. Итого: 6 часов.

Тема 4. Условная оптимизация и метод множителей Лагранжа.

1. Повторение пройденного на лекциях и практических занятиях материала – 1 час.
2. Самостоятельная работа с рекомендованной литературой, поиск ответов на возникшие в ходе подготовки вопросы – 2 часа.
3. Выполнение домашнего задания – 3 часа. Итого: 6 часов.

Тема 5. Выпуклый анализ.

1. Повторение пройденного на лекциях и практических занятиях материала – 1 час.
2. Самостоятельная работа с рекомендованной литературой, поиск ответов на

возникшие в ходе подготовки вопросы – 2 часа.

3. Выполнение домашнего задания – 3 часа. Итого: 6 часов.

Тема 6. Эффективность и оптимальность по Парето.

1. Повторение пройденного на лекциях и практических занятиях материала – 1 час.

2. Самостоятельная работа с рекомендованной литературой, поиск ответов на возникшие в ходе подготовки вопросы – 2 часа.

3. Выполнение домашнего задания – 3 часа. Итого: 6 часов.

Тема 7. Теорема Куна–Таккера.

1. Повторение пройденного на лекциях и практических занятиях материала – 1 час.

2. Самостоятельная работа с рекомендованной литературой, поиск ответов на возникшие в ходе подготовки вопросы – 2 часа.

3. Выполнение домашнего задания – 3 часа. Итого: 6 часов.

6.3 Перечень основных вопросов по изучаемым темам для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Тема 1. Постановка и классификация задач математического программирования.

— Задачи о максимизация прибыли, максимизация полезности, минимизация издержек как оптимизационные задачи.

— Условия оптимальности первого и второго порядка для одномерных оптимизационных задач.

— Необходимые и достаточные условия выпуклости и вогнутости функций одной переменной.

— Необходимые и достаточные условия минимума для выпуклых функций одной переменной.

Тема 2. Задача об оптимальном распределении ресурса.

— Задачи о минимизации суммарных издержек на нескольких предприятиях при заданном выпуске и о максимизации выпуска при заданном количестве ресурса.

— Условия оптимальности в задаче о максимизации выпуска при заданном количестве ресурса.

— Необходимые и достаточные условия оптимальности в задаче оптимального распределения ресурса.

— Оптимальное и равновесное распределение ресурса.

— Задача оптимального распределения нескольких видов ресурсов.

Тема 3. Линейное программирование.

— Основные задачи линейного программирования в экономике.

— Задача распределения нескольких видов ресурсов и задача линейного программирования.

— Двойственные задачи линейного программирования.

— Экономическая интерпретация теорем двойственности.

Тема 4. Условная оптимизация и метод множителей Лагранжа.

— Роль условий регулярности.

— Множители Лагранжа в задачах с равенствами.

— Множители Лагранжа в задачах с неравенствами.

Тема 5. Выпуклый анализ.

- Замкнутые или открытые полупространства, гиперплоскости как выпуклые множества.
- Основные варианты теоремы отделимости.
- Выпуклые и вогнутые элементарные функции.
- Вогнутость производственных функций Кобба–Дугласа.

Тема 6. Эффективность и оптимальность по Парето.

- Экономическая интерпретация технологической эффективности и ее двойственной характеристике.
- Общая схема доказательства о взвешивающих коэффициентах для многокритериальной оптимизации.
- Отыскание всех оптимальных по Парето точек для вогнутых функций, заданных на отрезке.
- Решение задачи на условный максимум и оптимум по Парето.

Тема 7. Теорема Куна–Таккера.

- Основные формулировки условий дополняющей нежесткости.
- Суть условия Слейтера.
- Экономическая интерпретация теоремы Куна–Таккера применительно к многомерной задаче распределения ресурсов.
- Теорема Куна–Таккера для задачи дифференцируемого выпуклого программирования.

6.4 Перечень литературы для самостоятельной работы обучающегося:

1. Машунин Ю. К. Теория управления. Математический аппарат управления в экономике. [Электронный ресурс]. – М.: Логос, 2013. - 448 с. - URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=469065>.
2. Хуснутдинов Р. Ш. Экономико-математические методы и модели [Электронный ресурс]: учебное пособие / Р. Ш. Хуснутдинов. - М.: НИЦ ИНФРА, 2014. -224 с. - URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=430259>.
3. Мастяева И. Н. Методы оптимальных решений [Электронный ресурс]: учебник / И. Н. Мастяева, Г. И. Горемыкина, О. Н. Семенихина. - М.: КУРС, ИНФРА-М, 2016. - 384 с. - URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=521453>.
4. Математические методы и модели исследования операций [Электронный ресурс]: учебник / ред. В. А. Колемаева. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2012. - 592 с. - URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=391871>.
5. Соколов, А.В. Методы оптимальных решений : учебное пособие : в 2 т / А.В. Соколов, В.В. Токарев. - 3-е изд., испр. и доп. - М. : Физматлит, 2012. - Т. 1. Общие положения. Математическое программирование. - 562 с. : схем., табл. - (Анализ и поддержка решений). - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9221-1399-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457697>.

6.5 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

Для обеспечения самостоятельной работы магистрантов по дисциплине «**Математика для экономистов: оптимизация**» разработано учебно-методическое обеспечение в составе:

1. Контрольные задания для подготовки к процедурам текущего контроля (п. 7.2 Рабочей программы).
2. Типовые задания для подготовки к промежуточной аттестации (п. 7.4 Рабочей программы).

3. Рекомендуемые основная, дополнительная литература, Интернет-ресурсы и справочные системы (п. 8, 9 Рабочей программы).

4. Рабочая программа дисциплины размещена в электронной информационно-образовательной среде Университета на электронном учебно-методическом ресурсе АНООВО «ЕУСПб» — образовательном портале LMS Sakai — Sakai@EU.

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

7.1 Показатели, критерии и оценивание компетенций и индикаторов их достижения в процессе текущей аттестации

Информация о содержании и процедуре текущего контроля успеваемости, методике оценивания знаний, умений и навыков обучающегося в ходе текущего контроля доводятся научно-педагогическими работниками Университета до сведения обучающегося на первом занятии по данной дисциплине.

Текущий контроль предусматривает подготовку магистрантов к каждому занятию, активное слушание на лекциях, выполнение домашних заданий. Магистрант должен присутствовать на лекциях, отвечать на поставленные вопросы, показывая, что прочитал разбираемую литературу, представлять содержательные реплики по темам обсуждения.

Текущий контроль проводится в форме оценивания выполнения домашних заданий, демонстрирующих степень знакомства магистрантов с дополнительной литературой.

Таблица 5

Показатели, критерии и оценивание компетенций и индикаторов их достижения в процессе текущей аттестации

Наименование тем (разделов)	Коды компетенций	Индикаторы компетенций	Коды ЗУВ (в соот. с Таблицей 1)	Формы текущего контроля успеваемости	Результаты текущего контроля
Тема 1. Постановка и классификация задач математического программирования	ПК-1 ПК-6	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2. ИД.ПК-1.3. ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1. ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.	З (ПК-1) У (ПК-1) В (ПК-1) З (ПК-6) У (ПК-6) В (ПК-6)	Домашнее задание 1	зачтено/ не зачтено
Тема 2. Задача об оптимальном распределении ресурса	ПК-1 ПК-6	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2. ИД.ПК-1.3. ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1. ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.	З (ПК-1) У (ПК-1) В (ПК-1) З (ПК-6) У (ПК-6) В (ПК-6)	Домашнее задание 2	зачтено/ не зачтено зачтено/ не зачтено
Тема 3. Линейное программирование	ПК-1 ПК-6	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2. ИД.ПК-1.3. ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1. ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.	З (ПК-1) У (ПК-1) В (ПК-1) З (ПК-6) У (ПК-6) В (ПК-6)	Домашнее задание 3	зачтено/ не зачтено
Тема 4. Условная оптимизация и метод множителей Лагранжа	ПК-1 ПК-6	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2. ИД.ПК-1.3. ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1. ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.	З (ПК-1) У (ПК-1) В (ПК-1) З (ПК-6) У (ПК-6) В (ПК-6)	Домашнее задание 4	зачтено/ не зачтено зачтено/ не зачтено

Наименование тем (разделов)	Коды компетенций	Индикаторы компетенций	Коды ЗУВ (в соот. с Таблицей 1)	Формы текущего контроля успеваемости	Результаты текущего контроля
Тема 5. Выпуклый анализ	ПК-1 ПК-6	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2. ИД.ПК-1.3. ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1. ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.	З (ПК-1) У (ПК-1) В (ПК-1) З (ПК-6) У (ПК-6) В (ПК-6)	Домашнее задание 5	зачтено/ не зачтено зачтено/ не зачтено
Тема 6. Эффективность и оптимальность по Парето	ПК-1 ПК-6	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2. ИД.ПК-1.3. ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1. ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.	З (ПК-1) У (ПК-1) В (ПК-1) З (ПК-6) У (ПК-6) В (ПК-6)	Домашнее задание 6	зачтено/ не зачтено зачтено/ не зачтено
Тема 7. Теорема Куна–Таккера	ПК-1 ПК-6	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2. ИД.ПК-1.3. ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1. ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.	З (ПК-1) У (ПК-1) В (ПК-1) З (ПК-6) У (ПК-6) В (ПК-6)	Домашнее задание 7	зачтено/ не зачтено зачтено/ не зачтено

Максимальный балл, который обучающийся может получить за реферат/доклад, объявляется заранее и составляет 100 баллов. Далее полученные баллы переводятся в бинарную систему для получения результатов текущего контроля, фиксирующих ход образовательного процесса, согласно Таблице 6.

Таблица 6

Критерии оценивания

Формы текущего контроля успеваемости	Описание	Показатели	Количество баллов по 100-балльной шкале	Результаты текущего контроля
Домашнее задание	Выполнение домашних заданий подразумевает письменное изложение ответов на теоретические вопросы и решений поставленных преподавателем задач. Предполагается, что ход решения задач сопровождается подробными комментариями обучающегося	Обучающийся правильно выполняет задания и отвечает на все поставленные в задании вопросы.	81–100	зачтено
		Обучающийся выполняет предложенные задания и отвечает на все поставленные в задании вопросы, но допускает при этом несущественные ошибки.	61–80	
		Обучающийся предлагает правильную идеологию решения задач.	31–60	
		Обучающийся испытывает затруднения при выполнении предложенных заданий.	0–30	не зачтено

7.2 Контрольные задания для текущей аттестации

Примеры домашних заданий

Тема 1. Постановка и классификация задач математического программирования

- 1) Как формулируется общая задача математического программирования?
- 2) Чем отличается задача безусловной оптимизации от задачи условной оптимизации?
- 3) В чём заключается достаточное условие минимума для гладких функций?

Тема 2. Задача об оптимальном распределении ресурса

- 1) Сформулируйте задачу о минимизации суммарных издержек на нескольких предприятиях при заданном выпуске.
- 2) Как выглядят условия оптимальности в задаче о максимизации выпуска при заданном количестве ресурса?
- 3) В чём состоят необходимые и достаточные условия оптимальности в задаче оптимального распределения ресурса?

Тема 3. Линейное программирование

- 1) Предположим, что производственные функции обоих заводов являются линейными, $f_i(x_i) = a_i x_i$, $a_i > 0$, $i = 1, 2$.
 - (i) Сформулируйте и решите задачу оптимального распределения ресурса.
 - (ii) Выведите функции спроса $x_i(p)$, $i = 1, 2$.
 - (iii) Найдите равновесную цену ресурса и равновесное распределение ресурса. Сравните его с оптимальным распределением ресурса.
 - (iv) Объясните полученные результаты графически.

Тема 4. Условная оптимизация и метод множителей Лагранжа

- 1) Решите задачу
$$\alpha \ln x_1 + (1 - \alpha) \ln x_2 \rightarrow \max, p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0,$$
где $0 < \alpha < 1$, $p_1 > 0$, $p_2 > 0$, $m > 0$.
- 2) Приведите пример, показывающий существенность условий Слейтера в методе множителей Лагранжа.

Тема 5. Выпуклый анализ

- 1) В чём заключается условие выпуклости для гладких функций?
- 2) Проверьте функции $f(x) = x^\alpha$ и $g(x) = \alpha^x$ на (строгую) выпуклость и (строгую) вогнутость на множествах их определения при различных возможных значениях параметра α .
- 3) Докажите, что сумма двух выпуклых функций — выпуклая функция.

Тема 6. Эффективность и оптимальность по Парето

- 1) Что такое слабая эффективность по Парето?
- 2) Постройте пример точки, являющейся слабо эффективной по Парето, но не являющейся эффективной по Парето.
- 3) Рассмотрим два выпуклых множества X и Y . Пусть \hat{x} — эффективная точка множества X , а \hat{y} — эффективная точка множества Y . Правда ли, что $\hat{x} + \hat{y}$ является эффективной точкой множества $X+Y$?

Тема 7. Теорема Куна–Таккера

- 1) Дайте экономическую интерпретацию теоремы Куна–Таккера в многомерной задаче распределения ресурсов.
- 2) Какие вы знаете версии условий дополняющей нежёсткости?
- 3) Воспроизведите доказательство теоремы Куна–Таккера в обратную сторону.

7.3 Показатели, критерии и оценивание компетенций и индикаторов их достижения в процессе промежуточной аттестации

Формы промежуточной аттестации – **зачёт с оценкой**, при выставлении результатов которого учитываются результаты текущего контроля успеваемости обучающегося по дисциплине и результаты оценивания письменной зачетной работы.

Зачётная работа – важнейший вид самостоятельной работы студентов, представляющий собой письменное изложение ответов на теоретические вопросы и решений поставленных преподавателем задач по содержанию учебной дисциплины. Предполагается, что ход решения задач сопровождается подробными комментариями обучающегося.

Перед письменной зачётной работой проводятся консультации, на которой преподаватель отвечает на вопросы обучающихся.

Максимальная **оценка по итогам освоения дисциплины** составляет 100 баллов (50% оценки составляют результаты выполнения домашних заданий, 50% — результаты письменной зачетной работы) (таблица 7). При вычислении оценки обучающегося по итогам освоения дисциплины используется процедура округления до целого.

Критерии оценивания письменной зачетной работы

Таблица 7

Вид промежуточной аттестации	Показатели	Количество баллов
Письменная зачетная работа	Обучающийся глубоко и прочно усвоил программный материал; исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает его в письменной зачетной работе, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами знаний.	81–100
	Обучающийся твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его в письменной зачетной работе, не допуская существенных неточностей при выполнении заданий, правильно применяет теоретические положения при решении практических задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.	61–80
	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности при выполнении заданий письменной зачетной работы.	41–60
	Обучающийся не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, испытывает затруднения при выполнении заданий письменной зачетной работы..	0–40

В результате промежуточного контроля знаний студенты получают аттестацию по дисциплине. На основании оценки обучающегося по итогам освоения дисциплины, выраженной в 100-балльной шкале, выставляется **зачет с оценкой** в соответствии с Таблицей 8.

**Показатели, критерии и оценивание компетенций и индикаторов их
достижения в процессе промежуточной аттестации**

Форма промежуточной аттестации/вид промежуточной аттестации	Коды компетенций	Индикаторы компетенций (в соот. с Таблицей 1)	Коды ЗУВ (в соот. с Таблицей 1)	Оценка по итогам освоения дисциплины (в 100-балльной шкале)	Результаты текущего контроля
зачет с оценкой / письменная зачетная работа	ПК-1 ПК-6	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2. ИД.ПК-1.3. ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1. ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.	З (ПК-1) У (ПК-1) В (ПК-1) З (ПК-6) У (ПК-6) В (ПК-6)	81–100	Зачтено, отлично
				61–80	Зачтено, хорошо
				41–60	Зачтено, удовлетворительно
				0–40	Не зачтено, неудовлетворительно

Результаты промежуточной аттестации по дисциплине во втором модуле, выраженные в оценках «зачтено, удовлетворительно», «зачтено, хорошо», «зачтено, отлично», свидетельствуют о сформированности у обучающегося компетенций по дисциплине в соответствии с картами компетенций образовательной программы «Исследовательская экономика» по направлению подготовки 38.04.01 Экономика (уровень магистратуры).

Результат промежуточной аттестации по дисциплине во втором модуле, выраженный в оценке «не зачтено, неудовлетворительно», свидетельствует об отсутствии или критическом уровне сформированности у обучающегося компетенций по дисциплине в соответствии с картами компетенций образовательной программы «Исследовательская экономика» по направлению подготовки 38.04.01 Экономика (уровень магистратуры).

7.4 Типовые задания к промежуточной аттестации

Примеры заданий для письменной зачетной работы

1) Является ли выпуклой/вогнутой/квзивыпуклой/квзивогнутой на \mathbb{R}_+^2 функция $f(x, y) = \min\{y, 5y + x\}$?

2) Решите задачу $x^7 y^7 z^7 \rightarrow \max$, при условиях $x + y + z = 1$, $x^2 + y^2 + z^2 \leq 7$.

3) Рассмотрим задачу $6x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 + 9x_1 - 5x_2 \rightarrow \min$, при условиях $-x_1 + x_2 \leq 3$, $x_1 - 4x_2 \leq 15$, $0 \leq x_1 \leq 5$. Является ли вектор (2,2) или вектор (4,4) её решением?

4) Укажите множество оптимальных по Парето точек (на множестве X в смысле функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$) и соответствующие этим точкам взвешивающие коэффициенты: $X = [0,5]$, $f_1(x) = x^3$, $f_2(x) = x(5 - x)$.

5) Решите задачу максимизации $2\sqrt{x_1} + 5x_2 \rightarrow \max$, при условиях $x_1 + x_2 \leq 1$, $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$.

7.5 Средства оценки индикаторов достижения компетенций

Средства оценки индикаторов достижения компетенций

Коды компетенций	Индикаторы компетенций (в соот.с Таблицей 1)	Средства оценки (в соот. с Таблицами 5, 7)
ПК-1	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2. ИД.ПК-1.3.	домашнее задание (ДЗ), письменная зачетная работа (ПЗР)

Коды компетенций	Индикаторы компетенций (в соот.с Таблицей 1)	Средства оценки (в соот. с Таблицами 5, 7)
ПК-6	ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1. ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.	домашнее задание (ДЗ), письменная зачетная работа (ПЗР)

Таблица 10

Описание средств оценки индикаторов достижения компетенций

Средства оценки (в соот. с Таблицами 5, 7)	Рекомендованный план выполнения работы
Домашнее задание	Магистрант в ходе подготовки и выполнения домашних заданий по темам дисциплины, показывает способность совершать следующий набор профессиональных действий, получивший развитие в рамках данной дисциплины: 1. Выбирает тему научного исследования на основе результатов оценки отечественных и зарубежных течений в данной области, обосновывает актуальность, теоретическую и практическую значимость избранной темы научного исследования 2. Решает задачи аналитического характера, в том числе осуществляет выбор актуальных способов решения задач, проводит теоретические обобщения научных данных в соответствии с задачами исследования
Письменная зачетная работа	Магистрант в ходе подготовки и выполнения письменной зачетной работы, показывает способность совершать следующий набор профессиональных действий, получивший развитие в рамках данной дисциплины: 1. Выбирает тему научного исследования на основе результатов оценки отечественных и зарубежных течений в данной области, обосновывает актуальность, теоретическую и практическую значимость избранной темы научного исследования 2. Решает задачи аналитического характера, в том числе осуществляет выбор актуальных способов решения задач, проводит теоретические обобщения научных данных в соответствии с задачами исследования

8. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

8.1. Основная литература

1. Машунин Ю. К. Теория управления. Математический аппарат управления в экономике. [Электронный ресурс]. – М.: Логос, 2013. – 448 с. – URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=469065>.

2. Хуснутдинов Р. Ш. Экономико-математические методы и модели [Электронный ресурс]: учебное пособие / Р. Ш. Хуснутдинов. – М.: НИЦ ИНФРА, 2014. – 224 с. – URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=430259>.

8.2. Дополнительная литература

1. 1. Мастяева И. Н. Методы оптимальных решений [Электронный ресурс]: учебник / И. Н. Мастяева, Г. И. Горемыкина, О. Н. Семенихина. – М.: КУРС, ИНФРА-М, 2016. – 384 с. – URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=521453>.

2. Математические методы и модели исследования операций [Электронный ресурс]: учебник / ред. В. А. Колемаева. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2012. – 592 с. – URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=391871>.

3. Соколов, А.В. Методы оптимальных решений : учебное пособие : в 2 т / А.В. Соколов, В.В. Токарев. – 3-е изд., испр. и доп. – М. : Физматлит, 2012. – Т. 1. Общие положения. Математическое программирование. – 562 с. : схем., табл. – (Анализ и поддержка решений). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-9221-1399-1 ; То же [Электронный ресурс]. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457697>

9. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

9.1 Программное обеспечение

При осуществлении образовательного процесса магистрантами и профессорско-преподавательским составом используется следующее лицензионное программное обеспечение:

1. OS Microsoft Windows (OVS OS Platform)
2. MS Office (OVS Office Platform)
3. Adobe Acrobat Professional 11.0 MLP AOO License RU
4. Adobe CS5.5 Design Standart Win IE EDU CLP
5. ABBYY FineReader 11 Corporate Edition
6. ABBYY Lingvo x5
7. Adobe Photoshop Extended CS6 13.0 MLP AOO License RU
8. Adobe Acrobat Reader DC /Pro – бесплатно
9. Google Chrome – бесплатно
10. Opera – бесплатно
11. Mozilla – бесплатно
12. VLC – бесплатно
13. R — бесплатно

9.2 Перечень информационно-справочных систем и профессиональных баз данных информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:

Информационно-справочные системы

1. Гарант.Ру. Информационно-правовой портал: <http://www.garant.ru>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам»: <http://window.edu.ru/>
3. Открытое образование. Ассоциация «Национальная платформа открытого образования»: <http://npoed.ru>
4. Официальная Россия. Сервер органов государственной власти Российской Федерации: <http://www.gov.ru>
5. Официальный интернет-портал правовой информации. Государственная система правовой информации: <http://pravo.gov.ru>
6. Правовой сайт КонсультантПлюс: <http://www.consultant.ru/sys>
7. Российское образование. Федеральный портал: <http://www.edu.ru>

Профессиональные базы данных информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1. Google. Книги: <https://books.google.com>
2. Internet Archive: <https://archive.org>
3. Koob.ru. Электронная библиотека «Куб»: <http://www.koob.ru/philosophy/>
4. Библиотека Гумер – гуманитарные науки: <http://www.gumer.info>
5. Библиотека Ихтика [ihtik.lib.ru]: <http://ihtik.lib.ru/>
6. Докусфера — Российская национальная библиотека: <http://leb.nlr.ru>
7. ЕНИП — Электронная библиотека «Научное наследие России»: <http://e-heritage.ru/>
8. Интелрос. Интеллектуальная Россия: <http://www.intelros.ru/>
9. Национальная электронная библиотека НЭБ: <http://www.rusneb.ru>
10. Президентская библиотека: <http://www.prlib.ru>
11. Российская государственная библиотека: <http://www.rsl.ru/>
12. Российская национальная библиотека: <http://www.nlr.ru/poisk/>

9.3 Лицензионные электронные ресурсы библиотеки Университета

Профессиональные базы данных:

1. **Cambridge University Press** — полнотекстовая коллекция журналов издательства Cambridge University Press: <https://www.cambridge.org/>;
2. **East View** – 100 ведущих российских журналов по гуманитарным наукам (архив и текущая подписка): [https://dlib.eastview.com/browse](https://dlib.eastview.com/browse;);
3. **Ebook Central** коллекция электронных книг **Academic Complete** библиотеки компании ProQuest — **Ebook Central** — более 140 тыс. электронных научных книг крупнейших издательств мира: <https://ebookcentral.proquest.com/>;
4. **EBSCO** – научные журналы, справочники, полнотекстовые и многопрофильные базы данных: <http://search.ebscohost.com/>;
5. **eLIBRARY.RU** — Российский информационно-аналитический портал в области науки, технологии, медицины и образования, содержащий рефераты и полные тексты научных статей и публикаций, наукометрическая база данных: <http://elibrary.ru/>;
6. **JSTOR** – полнотекстовая база данных междисциплинарного характера, включающая более тысячи научных журналов по гуманитарным, социальным наукам и математике с их первого выпуска: <http://www.jstor.org/>;
7. **Oxford Reference Online** — словари издательства Oxford University Press - <http://www.oxfordreference.com/>;
8. **Oxford University Press** — полнотекстовая коллекция журналов издательства Oxford University Press (текущая подписка и архив): <http://www.oxfordjournals.org/en/>;
9. **Project MUSE Standard Collection** — полные тексты более чем 300 журналов по гуманитарным наукам зарубежных научных издательств: <http://muse.jhu.edu/>;
10. **ProQuest Dissertations & Theses** — база диссертаций и дипломных работ: <http://search.proquest.com/pqdtglobal/dissertations>;
11. **Sage** — полнотекстовая коллекция журналов издательства Sage (текущая подписка и архив): <http://online.sagepub.com/>;
12. **SCOPUS** – реферативная наукометрическая база данных: <https://www.scopus.com/>;
13. **Taylor&Francis** – полнотекстовая коллекция журналов издательства Taylor&Francis (текущая подписка и архив) – <http://www.tandfonline.com/>;
14. **Web of Science** — реферативная наукометрическая база данных: <http://apps.webofknowledge.com/>;
15. **Университетская информационная система РОССИЯ** — база электронных ресурсов для учебных программ и исследовательских проектов в области социально-гуманитарных наук: <http://www.uisrussia.msu.ru/>;
16. Электронные журналы по подписке (текущие номера научных зарубежных журналов)

Электронные библиотечные системы:

1. **Znanium.com** – Электронная библиотечная система (ЭБС) – <http://znanium.com/>;
2. Университетская библиотека онлайн – Электронная библиотечная система (ЭБС) – <http://biblioclub.ru/>

9.4 Электронная информационно-образовательная среда Университета

Образовательный процесс по дисциплине поддерживается средствами электронной информационно-образовательной среды Университета, которая включает в себя электронный учебно-методический ресурс АНООВО «ЕУСПб» — образовательный портал LMS Sakai — Sakai@EU, лицензионные электронные ресурсы библиотеки Университета, официальный сайт Университета (Европейский университет в Санкт-Петербурге [https://eu.spb.ru]), локальную сеть и корпоративную электронную почту Университета, и обеспечивает:

- доступ к учебным планам, рабочим программам дисциплин (модулей), практик и к изданиям электронных библиотечных систем и электронным образовательным ресурсам, указанным в рабочих программах;
- фиксацию хода образовательного процесса, результатов промежуточной аттестации и результатов освоения основной образовательной программы;
- формирование электронного портфолио обучающегося, в том числе сохранение работ обучающегося, рецензий и оценок за эти работы со стороны любых участников образовательного процесса;
- взаимодействие между участниками образовательного процесса, в том числе синхронное и (или) асинхронное взаимодействие посредством сети «Интернет» (электронной почты и т.д.).

Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронным ресурсам библиотеки Университета, содержащей издания учебной, учебно-методической и иной литературы по изучаемой дисциплине.

10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

В ходе реализации образовательного процесса используются специализированные многофункциональные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа (практических занятий, лабораторных работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованные специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Проведение занятий лекционного типа обеспечивается демонстрационным оборудованием.

Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов предоставляется возможность присутствия в аудитории вместе с ними ассистента (помощника). Для слабовидящих предоставляется возможность увеличения текста на экране ПК. Для самостоятельной работы лиц с ограниченными возможностями здоровья в помещении для самостоятельной работы организовано одно место (ПК) с возможностями бесконтактного ввода информации и управления компьютером (специализированное лицензионное программное обеспечение – Camera Mouse, веб камера). Библиотека университета предоставляет удаленный доступ к электронным ресурсам библиотеки Университета с возможностями для слабовидящих увеличения текста на экране ПК. Лица с ограниченными возможностями здоровья могут при необходимости воспользоваться имеющимся в университете креслом-коляской. В учебном корпусе имеется адаптированный лифт. На первом этаже оборудован специализированный туалет. У входа в здание университета для инвалидов оборудована специальная кнопка, входная среда обеспечена информационной доской о режиме работы университета, выполненной рельефно-точечным тактильным шрифтом (азбука Брайля).

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«Математика для экономистов: оптимизация»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Показатели, критерии и оценивание компетенций и индикаторов их достижения в процессе текущей аттестации

Информация о содержании и процедуре текущего контроля успеваемости, методике оценивания знаний, умений и навыков обучающегося в ходе текущего контроля доводятся научно-педагогическими работниками Университета до сведения обучающегося на первом занятии по данной дисциплине.

Текущий контроль предусматривает подготовку магистрантов к каждому занятию, активное слушание на лекциях, выполнение домашних заданий. Магистрант должен присутствовать на лекциях, отвечать на поставленные вопросы, показывая, что прочитал разбираемую литературу, представлять содержательные реплики по темам обсуждения.

Текущий контроль проводится в форме оценивания выполнения домашних заданий, демонстрирующих степень знакомства магистрантов с дополнительной литературой.

Таблица 1

Показатели, критерии и оценивание компетенций и индикаторов их достижения в процессе текущей аттестации

Наименование тем (разделов)	Коды компетенций	Индикаторы компетенций	Коды ЗУВ (в соот. с Таблицей 1)	Формы текущего контроля успеваемости	Результаты текущего контроля
Тема 1. Постановка и классификация задач математического программирования	ПК-1 ПК-6	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2. ИД.ПК-1.3. ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1. ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.	З (ПК-1) У (ПК-1) В (ПК-1) З (ПК-6) У (ПК-6) В (ПК-6)	Домашнее задание 1	зачтено/ не зачтено
Тема 2. Задача об оптимальном распределении ресурса	ПК-1 ПК-6	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2. ИД.ПК-1.3. ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1. ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.	З (ПК-1) У (ПК-1) В (ПК-1) З (ПК-6) У (ПК-6) В (ПК-6)	Домашнее задание 2	зачтено/ не зачтено зачтено/ не зачтено
Тема 3. Линейное программирование	ПК-1 ПК-6	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2. ИД.ПК-1.3. ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1. ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.	З (ПК-1) У (ПК-1) В (ПК-1) З (ПК-6) У (ПК-6) В (ПК-6)	Домашнее задание 3	зачтено/ не зачтено
Тема 4. Условная оптимизация и метод множителей Лагранжа	ПК-1 ПК-6	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2. ИД.ПК-1.3. ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1. ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.	З (ПК-1) У (ПК-1) В (ПК-1) З (ПК-6) У (ПК-6) В (ПК-6)	Домашнее задание 4	зачтено/ не зачтено зачтено/ не зачтено
Тема 5. Выпуклый анализ	ПК-1 ПК-6	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2. ИД.ПК-1.3. ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1. ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.	З (ПК-1) У (ПК-1) В (ПК-1) З (ПК-6) У (ПК-6) В (ПК-6)	Домашнее задание 5	зачтено/ не зачтено зачтено/ не зачтено
Тема 6. Эффективность и	ПК-1 ПК-6	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2.	З (ПК-1) У (ПК-1)	Домашнее задание 6	зачтено/ не зачтено

Наименование тем (разделов)	Коды компетенций	Индикаторы компетенций	Коды ЗУВ (в соот. с Таблицей 1)	Формы текущего контроля успеваемости	Результаты текущего контроля
оптимальность по Парето		ИД.ПК-1.3. ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1. ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.	В (ПК-1) З (ПК-6) У (ПК-6) В (ПК-6)		зачтено/ не зачтено
Тема 7. Теорема Куна–Таккера	ПК-1 ПК-6	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2. ИД.ПК-1.3. ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1. ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.	З (ПК-1) У (ПК-1) В (ПК-1) З (ПК-6) У (ПК-6) В (ПК-6)	Домашнее задание 7	зачтено/ не зачтено зачтено/ не зачтено

Максимальный балл, который обучающийся может получить за реферат/доклад, объявляется заранее и составляет 100 баллов. Далее полученные баллы переводятся в бинарную систему для получения результатов текущего контроля, фиксирующих ход образовательного процесса, согласно Таблице 2.

Таблица 2

Критерии оценивания

Формы текущего контроля успеваемости	Описание	Показатели	Количество баллов по 100-балльной шкале	Результаты текущего контроля
Домашнее задание	Выполнение домашних заданий подразумевает письменное изложение ответов на теоретические вопросы и решений поставленных преподавателем задач. Предполагается, что ход решения задач сопровождается подробными комментариями обучающегося	Обучающийся правильно выполняет задания и отвечает на все поставленные в задании вопросы.	81–100	зачтено
		Обучающийся выполняет предложенные задания и отвечает на все поставленные в задании вопросы, но допускает при этом несущественные ошибки.	61–80	
		Обучающийся предлагает правильную идеологию решения задач.	31–60	
		Обучающийся испытывает затруднения при выполнении предложенных заданий.	0–30	не зачтено

2 Контрольные задания для текущей аттестации

Варианты домашних заданий

Тема 1. Постановка и классификация задач математического программирования

- 1) Как формулируется общая задача математического программирования?
- 2) Чем отличается задача безусловной оптимизации от задачи условной оптимизации?
- 3) В чём заключается достаточное условие минимума для гладких функций?

Тема 2. Задача об оптимальном распределении ресурса

- 1) Сформулируйте задачу о минимизации суммарных издержек на нескольких предприятиях при заданном выпуске.
- 2) Как выглядят условия оптимальности в задаче о максимизации выпуска при заданном количестве ресурса?
- 3) В чём состоят необходимые и достаточные условия оптимальности в задаче оптимального распределения ресурса?

Тема 3. Линейное программирование

- 1) Предположим, что производственные функции обоих заводов являются линейными, $f_i(x_i) = a_i x_i$, $a_i > 0$, $i = 1, 2$.
 - (i) Сформулируйте и решите задачу оптимального распределения ресурса.
 - (ii) Выведите функции спроса $x_i(p)$, $i = 1, 2$.
 - (iii) Найдите равновесную цену ресурса и равновесное распределение ресурса. Сравните его с оптимальным распределением ресурса.
 - (iv) Объясните полученные результаты графически.

Тема 4. Условная оптимизация и метод множителей Лагранжа

- 1) Решите задачу
$$\alpha \ln x_1 + (1 - \alpha) \ln x_2 \rightarrow \max, p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0,$$
где $0 < \alpha < 1$, $p_1 > 0$, $p_2 > 0$, $m > 0$.
- 2) Приведите пример, показывающий существенность условий Слейтера в методе множителей Лагранжа.

Тема 5. Выпуклый анализ

- 1) В чём заключается условие выпуклости для гладких функций?
- 2) Проверьте функции $f(x) = x^\alpha$ и $g(x) = \alpha^x$ на (строгую) выпуклость и (строгую) вогнутость на множествах их определения при различных возможных значениях параметра α .
- 3) Докажите, что сумма двух выпуклых функций — выпуклая функция.

Тема 6. Эффективность и оптимальность по Парето

- 1) Что такое слабая эффективность по Парето?
- 2) Постройте пример точки, являющейся слабо эффективной по Парето, но не являющейся эффективной по Парето.
- 3) Рассмотрим два выпуклых множества X и Y . Пусть \hat{x} — эффективная точка множества X , а \hat{y} — эффективная точка множества Y . Правда ли, что $\hat{x} + \hat{y}$ является эффективной точкой множества $X+Y$?

Тема 7. Теорема Куна–Таккера

- 1) Дайте экономическую интерпретацию теоремы Куна–Таккера в многомерной задаче распределения ресурсов.
- 2) Какие вы знаете версии условий дополняющей нежёсткости?
- 3) Воспроизведите доказательство теоремы Куна–Таккера в обратную сторону.

3 Показатели, критерии и оценивание компетенций и индикаторов их достижения в процессе промежуточной аттестации

Формы промежуточной аттестации – **зачёт с оценкой**, при выставлении результатов которого учитываются результаты текущего контроля успеваемости обучающегося по дисциплине и результаты оценивания письменной зачетной работы.

Зачётная работа – важнейший вид самостоятельной работы студентов, представляющий собой письменное изложение ответов на теоретические вопросы и

решений поставленных преподавателем задач по содержанию учебной дисциплины. Предполагается, что ход решения задач сопровождается подробными комментариями обучающегося.

Перед письменной зачётной работой проводятся консультация, на которой преподаватель отвечает на вопросы обучающихся.

Максимальная **оценка по итогам освоения дисциплины** составляет 100 баллов (50% оценки составляют результаты выполнения домашних заданий, 50% — результаты письменной зачетной работы) (таблица 3). При вычислении оценки обучающегося по итогам освоения дисциплины используется процедура округления до целого.

Критерии оценивания письменной зачетной работы

Таблица 3

Вид промежуточной аттестации	Показатели	Количество баллов
Письменная зачетная работа	Обучающийся глубоко и прочно усвоил программный материал; исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает его в письменной зачетной работе, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами знаний.	81–100
	Обучающийся твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его в письменной зачетной работе, не допуская существенных неточностей при выполнении заданий, правильно применяет теоретические положения при решении практических задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.	61–80
	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности при выполнении заданий письменной зачетной работы.	41–60
	Обучающийся не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, испытывает затруднения при выполнении заданий письменной зачетной работы..	0–40

В результате промежуточного контроля знаний студенты получают аттестацию по дисциплине. На основании оценки обучающегося по итогам освоения дисциплины, выраженной в 100-балльной шкале, выставляется **зачет с оценкой** в соответствии с Таблицей 4.

Таблица 4

Показатели, критерии и оценивание компетенций и индикаторов их достижения в процессе промежуточной аттестации

Форма промежуточной аттестации/вид промежуточной аттестации	Коды компетенций	Индикаторы компетенций (в соот. с Таблицей 1)	Коды ЗУВ (в соот. с Таблицей 1)	Оценка по итогам освоения дисциплины (в 100-балльной шкале)	Результаты текущего контроля
зачет с оценкой / письменная зачетная работа	ПК-1 ПК-6	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2. ИД.ПК-1.3. ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1.	З (ПК-1) У (ПК-1) В (ПК-1) З (ПК-6) У (ПК-6) В (ПК-6)	81–100	Зачтено, отлично
				61–80	Зачтено, хорошо

Форма промежуточной аттестации/вид промежуточной аттестации	Коды компетенций	Индикаторы компетенций (в соот. с Таблицей 1)	Коды ЗУВ (в соот. с Таблицей 1)	Оценка по итогам освоения дисциплины (в 100-балльной шкале)	Результаты текущего контроля
		ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.		41–60	Зачтено, удовлетворительно
				0–40	Не зачтено, неудовлетворительно

Результаты промежуточной аттестации по дисциплине во втором модуле, выраженные в оценках «зачтено, удовлетворительно», «зачтено, хорошо», «зачтено, отлично», свидетельствуют о сформированности у обучающегося компетенций по дисциплине в соответствии с картами компетенций образовательной программы «Исследовательская экономика» по направлению подготовки 38.04.01 Экономика (уровень магистратуры).

Результат промежуточной аттестации по дисциплине во втором модуле, выраженный в оценке «не зачтено, неудовлетворительно», свидетельствует об отсутствии или критическом уровне сформированности у обучающегося компетенций по дисциплине в соответствии с картами компетенций образовательной программы «Исследовательская экономика» по направлению подготовки 38.04.01 Экономика (уровень магистратуры).

4 Задания к промежуточной аттестации

Перечень заданий для письменной зачетной работы

Вариант 1.

1. Покажите, что в следующей задаче оптимальное и равновесное распределение ресурса суть одно и то же: $\begin{cases} 3x_1^{1/2} + 4x_2^{1/2} \rightarrow \max \\ x_1 + x_2 \leq b, x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$. Здесь $b > 0$.

2. Расскажите, как нужно решить задачу максимизации прибыли при цене выпускаемого товара $p > 0$ и функции издержек $c(y)$, в предположении, что $c'(y) \geq 0, c''(y) > 0, c'(0) = 0$. Объясните, почему важно каждое из условий на функцию издержек. Объясните, как может выглядеть решение задачи в случае, если условие $c'(0) = 0$ не выполняется. Приведите примеры, объясняющие ваши рассуждения.

3. Решите задачу $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \\ x_1 + x_2 \leq 6, x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$ графическим способом.

4. Решите задачу $\begin{cases} a_1x_1 + a_2x_2 \rightarrow \max \\ x_1 + x_2 \leq b, x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$. Здесь $a_1, a_2 \geq 0, b > 0$.

5. Сформулируйте теорему Куна-Таккера.

6. Найдите хотя бы одну эффективную точку множества $X = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}$ и объясните, почему она эффективна. Укажите линейную функцию $p = (p_1, p_2) > 0$, которая достигает максимума на множестве X именно в этой эффективной точке.

Вариант 2.

1. Покажите, что в следующей задаче оптимальное и равновесное распределение выпуска суть одно и то же: $\begin{cases} 3y_1^2 + 4y_2^2 \rightarrow \min \\ y_1 + y_2 \geq d, y_1, y_2 \geq 0 \end{cases}$. Здесь $d > 0$.

2. Расскажите, как нужно решить задачу максимизации прибыли при цене используемого ресурса $p > 0$ и производственной функции $f(x)$, в предположении, что $f'(x) \geq 0, f''(x) < 0, f'(0) = \infty$. Объясните, почему важно каждое из условий на производственную функцию. Объясните, как может выглядеть решение задачи в случае,

если условие $f'(0) = \infty$ не выполняется. Приведите примеры, объясняющие ваши рассуждения.

3. Решите задачу $\begin{cases} 3x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ x_1 + x_2 \leq 6, \quad x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$ графическим способом.

4. Решите задачу $\begin{cases} a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 \rightarrow \max \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq b, \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$. Здесь $a_1 > a_2 > a_3 > 0, b > 0$.

5. Сформулируйте теорему Куна-Таккера для задачи выпуклого программирования.

6. Найдите хотя бы одну эффективную точку множества $X = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2: x_1^2 + x_2^2 \leq 4\}$ и объясните, почему она эффективна. Укажите линейную функцию $p = (p_1, p_2) > 0$, которая достигает максимума на множестве X именно в этой эффективной точке.

5 Средства оценки индикаторов достижения компетенций

Таблица 5

Средства оценки индикаторов достижения компетенций

Коды компетенций	Индикаторы компетенций (в соот.с Таблицей 1)	Средства оценки (в соот. с Таблицами 5, 7)
ПК-1	ИД.ПК-1.1. ИД.ПК-1.2. ИД.ПК-1.3.	домашнее задание (ДЗ), письменная зачетная работа (ПЗР)
ПК-6	ИД.ПК-1.4. ИД.ПК-6.1. ИД.ПК-6.2. ИД.ПК-6.3.	домашнее задание (ДЗ), письменная зачетная работа (ПЗР)

Таблица 6

Описание средств оценки индикаторов достижения компетенций

Средства оценки (в соот. с Таблицами 5, 7)	Рекомендованный план выполнения работы
Домашнее задание	Магистрант в ходе подготовки и выполнения домашних заданий по темам дисциплины, показывает способность совершать следующий набор профессиональных действий, получивший развитие в рамках данной дисциплины: 1. Выбирает тему научного исследования на основе результатов оценки отечественных и зарубежных течений в данной области, обосновывает актуальность, теоретическую и практическую значимость избранной темы научного исследования 2. Решает задачи аналитического характера, в том числе осуществляет выбор актуальных способов решения задач, проводит теоретические обобщения научных данных в соответствии с задачами исследования
Письменная зачетная работа	Магистрант в ходе подготовки и выполнения письменной зачетной работы, показывает способность совершать следующий набор профессиональных действий, получивший развитие в рамках данной дисциплины: 1. Выбирает тему научного исследования на основе результатов оценки отечественных и зарубежных течений в данной области, обосновывает актуальность, теоретическую и практическую значимость избранной темы научного исследования 2. Решает задачи аналитического характера, в том числе осуществляет выбор актуальных способов решения задач, проводит теоретические обобщения научных данных в соответствии с задачами исследования